MANUAIS GLOBO

EDWARD LEE THORNDIKE

A NOVA METODOLOGIA DA ARITMÉTICA

EDIÇÃO DA LIVRARIA DO GLOBO - PÔRTO ALEGRE

CULTURAL E PROFISSIONAL

Orlando de Abreunge
Gaudio
Março - 1936

Os MANUAIS GLOBO destinam-se a proporcionar aos amantes das ciências e das artes uma verdadeira **Biblioteca de obras sintéticas** que melhor tratam da atividade mundial em todas as idades.

Abrangerão tudo o que é indispensável para se adquirir um lastro cultural sólido de todos os conhecimentos referentes às ciências e às artes, conhecimentos capazes de preencher os moldes da ilustração que se deve obter no século atual.

Os autores que subscrevem êsses manuais são figuras de comprovada e conhecida idoneidade científica, escolhidas entre nacionais e estrangeiros.

O PLANO GERAL desta biblioteca obedece a uma classificação muito intuïtiva e simples das ciências e artes. Toda ciência humana se reduz a três categorias, a saber: I — Meios de conhecer. II — Conhecimento das coisas. III — Princípios de ação deduzidos do conhecimento das coisas. De aí a distribuïção das ciências nos MANUAIS GLOBO em 13 secções compreendidas nas três categorias acima.

MANUAIS GLOBO

BIBLIOTHECA DE INICIAÇÃO
CULTURAL E PROFISSIONAL

VOLUMES PUBLICADOS:

I — *H. Geizeny* — Capitalismo e Socialismo.
II — *Djacir Menezes* — Psychologia.
III — *Carlos Maximiliano* — Hermeneutica e Applicação do Direito, 2.ª ed.
IV — *Arturo Castelani* — Como funcciona e como se constrói uma estação receptora e transmissora de Televisão.
V — *Djacir Menezes* — Introducção á Sciencia do Direito.
VI — *E. Weiss* — Elementos de Psychanalyse.
VII — *Djacir Menezes* — Principios de Sociologia.
VIII — *Rev. G. Upton Krishke* — As Religiões do Mundo.
IX — *Djacir Menezes* — Pedagogia.
X — *Estevão Cruz* — Theoria da Literatura.
XI — *Pennell e Cusack* — Como ensinar a Leitura, traduzido pela Prof. Anadir Coelho.
XII — *Ed. Lee Thorndyke* — A Nova Methodologia da Arithmetica, traduzido pela Prof. Anadir Coelho.
XIII — *Ed. Burke Huey* — Psychologia e Pedagogia da Leitura, traduzido pela Prof. Anadir Coelho.
XIV — *Pe. Ignacio Puig, S. J.* — Astronomia Popular.

Orlando de D. Gaudio

A nova metodologia da Aritmética

Orlando de Q. Gaudio

EDWARD LEE THORNDIKE
ESCOLA DE PROFESSORES, UNIVERSIDADE DE COLÚMBIA: E. U. A.

A nova metodologia da Aritmética

TRADUÇÃO
DE
ANADYR COELHO
PROFESSORA DE PEDAGOGIA DA ESCOLA NORMAL DE PÔRTO ALEGRE

N.º 584

1936
EDIÇÃO DA LIVRARIA DO GLOBO
Barcellos, Bertaso & Cia. — Pôrto Alegre
Filiais: Santa Maria e Pelotas

PREFACIO

Em "Psicologia da Aritmética" foram apresentadas pelo autor as mais recentes aplicações da psicologia dinâmica e da pedagogia experimental ao ensino da aritmética, em forma acessível a todos quantos abordam o assunto, como parte do estudo geral e sistemático da educação na escola primária.

O presente volume estuda, mais ou menos, o mesmo material, porém, do ponto de vista do professor ou do estudante de escola normal, procurando oferecer auxílio direto à boa inteligência dos mais novos métodos e sua aplicação dentro das condições ordinárias da classe. Nenhum conhecimento especial de psicologia foi tomado como base indispensável ao estudo proveitoso dêste livro. As longas discussões sôbre os fundamentos psicológicos gerais dos novos métodos e sua evidente superioridade sôbre os velhos, foram nele ou omitidas ou muito simplificadas. A maneira de tratar as questões é, sobretudo, construtiva. As conseqüências práticas dos princípios foram estudadas, de preferência, especìficamente e com exemplificação e aplicações copiosas e pormenorizadas.

Afim de auxiliar o professor, tanto quanto possível a pôr em prática os novos princípios de ensino, o autor fez seguir cada capítulo de uma série de exercícios (*) de natureza ainda mais minuciosa e concreta do que o texto.

Merece especial explicação o fato de todo o material ilustrativo das práticas correntes no texto, assim como o utilizado nos exercícios, haver sido tomado de um só compêndio. Assim o exigiam os imperativos da ciência e os da conveniência do estudante. Os da ciência, porque, cientìficamente, constitue quasi uma necessidade que todos os pormenores pertençam a um plano único de ensino, que todas as minudências sejam julgadas com referência ao conjunto, pois que um procedimento ótimo relativamente a determinado plano de ensino pode ser fraco ou mesmo nulo relativamente a outro. Os da conveniência do estudante, porque pràticamente parece desacertado exigir a consulta constante de mais de uma série de compêndios. Após estarem os fatos bem definidos na mente do estudante, tais como se desenvolvem em um compêndio ou plano total de ensino, então, convém que procure estudá-los em outro, segundo suas próprias possibilidades de tempo e facilidade.

Os compêndios escolhidos foram as aritméticas de Thorndike com as quais tem o autor relações

(*) N. do tr. — temas para discussão.

mais íntimas e que foram escritas com a finalidade expressa de aplicar "ao ensino da aritmética os princípios descobertos pela psicologia do aprendizado, pela pedagogia experimental e pela observação da prática escolar bem sucedida".

Outro aspecto dêste volume está a exigir explicação. Pode parecer que houve, da parte do autor, parcialidade para com os novos métodos. Tal juízo não será falso, em certo sentido. Porém não devemos esquecer que os velhos métodos são aqueles pelos quais aprendeu o leitor, aqueles que compreende e a que se habituou, aqueles para os quais o arrastam irresistìvelmente suas tendências inconcientes. Nestes termos, fazia-se mister que se tentasse algo a favor dos novos métodos, procurando estabelecer real imparcialidade. De fato, ainda a mais vigorosa das defesas dificilmente logrará contrabalançar o predomínio dos métodos pelas quais aprendemos e que se tornaram parte de nós mesmos. Si estas páginas alcançarem pôr em relêvo a superioridade dos novos métodos e impô-los à confiança do leitor, terá a obra recebido o seu maior prêmio.

Escola de Professores. Universidade de Colúmbia.

OS NOVOS MÉTODOS DA ARITMÉTICA

CAPITULO I

REALIDADE

Os velhos métodos ensinavam a aritmética pela própria aritmética, sem consideração às necessidades da vida. Os novos métodos põem de relêvo os processos que a vida exige e os problemas que ela oferece.

CALCULO INDISCRIMINADO VERSUS CÁLCULO ÚTIL

Antigamente pensava-se que a aritmética tinha por finalidade única ensinar a somar, subtrair, multiplicar e dividir.

Os alunos, na escola, subtraíam nonos de vigésimos e multiplicavam $\frac{5}{54}$ por $\frac{9}{50}$ ainda que jamais tivessem de aplicar tais cálculos na vida prática.

O trabalho abaixo presta-se para ilustrar a espécie de cálculo que os compêndios e os mestres costumavam apresentar aos alunos e que os novos métodos tratam de substituir por exercícios que possam trazer benefícios diretos à vida real.

Reduzir a inteiros os números mixtos:

$$\frac{35}{15} \quad \frac{48}{51} \quad \frac{198}{14} \quad \frac{2134}{67} \quad \frac{413}{413} \quad \frac{6125}{3175}$$

Simplificar:

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{8}{9} \text{ de } \frac{3}{5} \text{ de } \frac{5}{22} \qquad \frac{7}{8} \text{ de } \frac{15}{18} \text{ de } \frac{4}{5} \text{ de } \frac{1}{36}$$

Reduzir à expressão mais simples:

$$\frac{357}{527} \quad \frac{264}{312} \quad \frac{492}{779} \quad \frac{418}{874} \quad \frac{854}{1789} \quad \frac{77}{847} \quad \frac{18}{243}$$

Elevar ao quadrado:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{6}{9} \quad \frac{10}{11} \quad \frac{12}{13} \quad \frac{15}{16} \quad \frac{19}{20} \quad \frac{17}{18} \quad \frac{41}{53}$$

Subtrair:

$$\begin{array}{ccccc} 6\frac{2}{7} & 8\frac{5}{11} & 8\frac{4}{13} & 5\frac{1}{4} & 7\frac{1}{8} \\ 3\frac{1}{14} & 5\frac{1}{7} & 3\frac{7}{13} & 2\frac{11}{14} & 2\frac{1}{7} \\ \hline \end{array}$$

Multiplicar:

$$60 \times \frac{11}{28} \qquad 63 \times \frac{2}{27} \qquad 65 \times \frac{3}{13} \qquad 432\frac{3}{7} \times 42\frac{1}{12}$$

Muito mais de noventa por cento dos cálculos de aritmética que surgem na vida real são de números inferiores a cem. Aí está por que os novos métodos procuram fazer ressaltar a importância dos exercícios que dão facilidade e exatidão absolutas ao cálculo com números baixos. Exercícios como os seguintes:

Somar	Subtrair	Multiplicar	Dividir
46793	68750	7295	436905|217
128516	31925	6152	
91380			
20769			
8665			
73600			

deveriam ser efetuados raras vezes e com o fim único de provar que se podem resolver pelos mesmos métodos aprendidos para os cálculos de números pequenos.

Para a vida prática, o que importa na adição e na subtração de frações ordinárias, por exemplo, são os exercícios que se relacionam com frações de jarda, libra, dúzia, polegada e outras medidas de uso comum, utilizadas diàriamente na vida doméstica, no armazém, na loja, no comércio em geral.

A criança deve aprender a somar quintos a quintos, porque tais cálculos são necessários ao uso do cronômetro; mas não lhe é necessário exercitar-se em somar quintos a terços, porque, talvez, nem um aluno, em dez mil, será jamais solicitado a efetuar tal cálculo, depois que saia da escola.

AVALIAÇÃO DE JUROS

A diferença existente entre as duas espécies de cálculos de que estamos tratando, é notória no caso da avaliação de juros. E' prática muito divulgada ensinarem-se aos alunos cálculos de juros a qualquer prazo. De fato, são necessários muito maiores esforços para calcular os juros de determinada quantia ao prazo de 2a 6m e 9d, do que aos prazos de 30, 45, 60, 90 dias, 6 meses ou 1 ano. Entretanto, todo o cálculo de juros com que o aluno, um dia, terá de defrontar-se na vida, será sôbre êsses prazos comuns: As hipotecas são feitas mediante pagamento de juros anuais ou semestrais; quasi todos os empréstimos

[illegible] rios são realizados para períodos fixos e do mesmo [illegible] até mesmo os empréstimos particulares [illegible] para o pagamento dos juros. Acenas [illegible] juros de juros não usados, ut[illegible] [illegible] ste caso, os novos métodos dedicam especial ate[illegible] [illegible] útil a uma pessoa que [illegible] bem como a [illegible] dos juros sôbre operações econômicas e de crédito [illegible].

[illegible] velhos métodos exercitavam o aluno, indiscriminadamente, no cálculo da taxa, do juro, do capital ou do tempo. Davam três dados para que o aluno achasse o quarto, sem se preo[illegible] na vida os problemas se apresentariam, por esta forma. [illegible]

A que taxa o capital:

a) \$240 em 1 ano e 9 meses rende \$29.40?
b) \$475 em 3 anos e 4 meses rende \$95.00?

Em que tempo:

a) \$400 produzirão \$62.06 $\frac{2}{3}$ a 7 por cento?

b) \$998 produzirão \$185.145 a 5 por cento?

Que quantia produzirá:

a) \$33.75 de juros em 2 anos e 3 meses a 6 por cento?
b) \$50.32 de juros em 5 anos e 27 dias a 8 por cento?

Tais problemas, é óbvio, teem importância insignificante [illegible] importância e são mais próprios para em[illegible] o que a servir-lhe de guia. Em problemas [illegible], a taxa consta da letra ou da hipoteca e o tempo é fixado [illegible]

[illegible] Em [illegible] está visto dos empréstimos a corretores de [illegible] que, entretanto, podem bem ser considerados como empréstimos feitos por um dia e renovados, caso em que os juros seriam [illegible] calculados com o auxílio de tabelas.

pelas circunstâncias; e, se alguém pensa em obter determinado [illegible] em seus cálculos [illegible] em juros pagos e espaços [illegible] regulares e do mesmo modo recomprados. [illegible] quer caso, fará planos, calculando o tempo que [illegible] pital para obter \$50.06 $\frac{2}{3}$ de juros ou quanto deverá empregar para receber \$50.32 em 5 meses e 27 dias.

PROBLEMAS REAIS

Os métodos tradicionais permitiam aos professores propor[illegible] qualquer problema, contanto que fôsse problema, embora [illegible] sem aplicação no mundo real. Os que [illegible] exemplos de problemas coletados satisfatórios pelos compêndios e professores de há vinte anos:

Alice tinha $\frac{3}{8}$ de dolar, Berta $\frac{11}{16}$, Maria $\frac{3}{25}$ e Nena $\frac{3}{4}$. Quanto possuíam juntas?

A mãe de Anita deu-lhe 40 maçãs para dividir com suas amiguinhas. Anita deu 2 maçãs e $\frac{2}{9}$ a cada uma. Quantas amigas tinha a menina?

Há 9 nozes em um *pint*. Quantos *pints* haverá em um monte de 6.789.582 nozes?

Dona Maria tem $\frac{3}{4}$ da idade do marido que tem 48 anos. Sua filha Alice tem $\frac{4}{9}$ da idade da mãe. Quantos anos tem Alice?

Suponhamos que um bolo perfeitamente redondo tenha 10 $\frac{1}{2}$ milhas de diâmetro. Se o cortarmos em 6 fatias iguais, de que tamanho será o lado curvo de cada uma?

[illegible] apresentam por [illegible] [illegible] aqueles que [illegible] resposta

Gastei $\frac{2}{3}$ do dinheiro que possuia [illegible] a metade com uma [illegible] Logo [illegible] O senhor B vendeu uma [illegible] por $15 [illegible] 25% de preço [illegible] quem pode [illegible] que [illegible] tamos terço ou [illegible] pessoa e quem [illegible] custo de uma [illegible] de haver adquirido? Sem desdar de ate[illegible] [illegible] vos visados os novos metodos [illegible] tuações reais. Assim por exemplo [illegible] da seguinte forma: Uma agencia [illegible] com 25% de lucro sôbre o preço de custo. Quanto [illegible] a bicicleta que vendeu a B por $1500?

Os novos metodos evitam, outrossim, os problemas que [illegible] distante apresentarem dados [illegible] os como convem. Por exemplo: Uma [illegible] compra 160 mudas de pessegueiro [illegible] de 24 mudas. Quantas ruas foram plantadas [illegible] Para êste problema resolvido [illegible] Outra que parece provavel é [illegible] mudas estarão em uma fila inteira [illegible] provavel também não [illegible] 150 mudas. Os novos metodos [illegible] problema [illegible] considerando todos os elementos [illegible] que ocorrem na vida real. Por exemplo: Uma agencia [illegible] possua 150 mudas de pessegueiro [illegible] em filas de 24 mudas. Calcule [illegible] possam [illegible] que não fossem utilizadas [illegible] Quantas mudas ficaram de lado?

Custando 3$ uma [illegible] Para êste problema [illegible] o preço da duzia [illegible] provavelmente 12 3 [illegible]

[illegible] real, [illegible]

[illegible] uma de [illegible] 32 alav[illegible]

[illegible] tabela, real [illegible] houve [illegible] uma escola [illegible]

[illegible] 5 pontas atravessou-se uma [illegible] Ela de um lado 2 1/2 pés [illegible] 1/2 [illegible] espessura da tabua?

[illegible] cavalo que [illegible] mais um [illegible] pesado uma tonelada de alfafa [illegible] libra dessa alfafa. Qual a [illegible]

[illegible] vantagem do seguinte

[illegible] 175 libras [illegible] pesa 125 libras [illegible]

[illegible] estabelecem padrão mais alto [illegible] de problemas exigidos que não [illegible] para [illegible] aplica-la em condições semelhantes [illegible] não [illegible] a [illegible] para a mente, mas um pre[illegible]

O [illegible] regentam em particular os problemas que

[illegible]

[illegible] A ARITMÉTICA PARA A VIDA

[illegible]

[illegible] 2 vezes 2, 3 vezes 2 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 3 vezes 3 [illegible] até 10 × 3 [illegible] 2 × 3 × 4 [illegible] até 10 × 4, e deixamos [illegible] as respectivas [illegible] em tais exercícios.

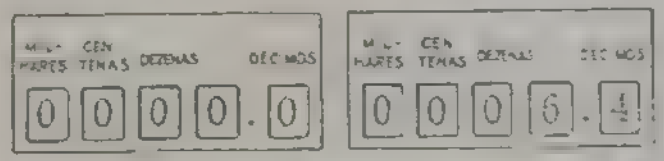
[illegible] os exercícios [illegible] fatos da vida [illegible] mente infantil. O [illegible] em um *quadro*, três [illegible] em um [illegible] dia [illegible] um [illegible] pela compra [illegible] exercícios [illegible] da vida.

[illegible] *Números complexos* [illegible] e [illegible] em outro capítulo, também isolada

Aos demais fatos [illegible] fastidioso e fazer perder uma [illegible] aritmética ao serviço da vida.

O conhecimento das [illegible] métodos, como e [illegible] ções em decimais de [illegible] monetários com [illegible] de [illegible] em decimais [illegible] mais [illegible] pelo pluviômetro em [illegible] tos padrões de [illegible] em decimais [illegible] de [illegible]

Medida de [illegible]



[illegible]

[illegible]

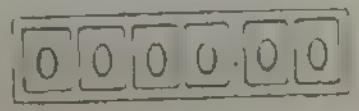
1. [illegible]

[illegible] 2,3 [illegible] $2\frac{3}{10}$ [illegible]

2. [illegible] Fred [illegible] em uma [illegible] em um [illegible]

3. [illegible] 0,71 2 [illegible] 11, quantas milhas terá percorrido [illegible]

Com [illegible]



[illegible] que marca milhares, centenas [illegible] centesimos de milha.

[illegible] um assim que coloca na bicicleta [illegible] em cada excursão, pelos mar[illegible] e fim de cada uma

	Partida	Chegada
1.ª excursão	000,00	001,46
2.ª "	001,46	001,89
3.ª "	001,89	005,03
4.ª "	005,03	006,20
5.ª "	006,20	007,50

[illegible] e distâncias da Estrada de Ferro

[illegible]		H. r M.
[illegible]	[illegible]	5.34
7.10	[illegible]	5.52
[illegible]	[illegible]	5.55
[illegible]	[illegible]	5.57
[illegible]	[illegible]	6.00
12.21	[illegible]	6.08
[illegible]	[illegible]	6.11
14.10	[illegible]	6.18
[illegible]	[illegible]	6.21
17.19	[illegible]	6.24
18.37	[illegible]	6.30
[illegible]	[illegible]	6.35
21.03	[illegible]	6.37
21.[illegible]	[illegible]	6.42
21.52	[illegible]	6.48

1. Leia esta tabela de horarios.
2. Que estação fica a cerca de vinte e duas milhas de New York?
3. Que estação fica a quasi $14\frac{1}{2}$ milhas de New York?
4. Que estação fica exatamente a $18\frac{3}{4}$ milhas de New York?
5. Que estação fica situada quasi exatamente duas vezes tão distantes de New York, quanto Riverdale?

Medidas [illegible]

Quadro de [illegible]

[illegible]		[illegible]	
Junho	[illegible]	[illegible]	1. [illegible]
	8-14	[illegible]	
	15-21	[illegible]	2. [illegible]
	22-28	[illegible]	
	29 Julho 5	[illegible]	
Julho	6-12	[illegible]	3. [illegible]
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	
Agosto	3-9	[illegible]	4. [illegible]
	10-16	[illegible]	
	[illegible]	[illegible]	5. [illegible]
	24	[illegible]	
			6. [illegible]

[illegible]

[illegible]

	[illegible]	[illegible]	
Jan.	1742	0,0171	[illegible]
Fev.	1690	0,0187	[illegible]
Mar.	1574	0,0501	[illegible]
Abr.	1226	0,0190	[illegible]
Maio	1202	0,0166	[illegible]
Jun.	1251	0,0181	[illegible]

1. [illegible] dezenove. Em janeiro estu[illegible]
[illegible] decimos nadamos [illegible]
[illegible] a [illegible]
[illegible] mesmo modo.

2. [illegible] forneceu a [illegible] 4. [illegible] 5. Em [illegible] 6. [illegible]
7. [illegible]

[illegible] leitor comparar esta maneira de ensinar [illegible] que fazia há vinte anos passados, [illegible] claramente avoreadas das situações [illegible] prática, a [illegible] ser para um número [illegible] peritos em estatísticas.

[illegible] dos casos (e) o ensino dos algaris[illegible] ensino da multiplicação de frações ordinárias [illegible] Os velhos métodos satisfaziam [illegible] geral da numeração romana, de impaciência [illegible] de aplicação. Pais exercícios eram [illegible] que são CXVI e XIV? [illegible] achou XVI ovos numa semana [illegible] Quantos ovos achou?" Para [illegible] principal está em ensinar a nume[illegible] das escolas da vida e em conexão com [illegible] por exemplo, e o leitor, provavelmente, conhecerá [illegible] a questão do seguinte modo:

[illegible] a significação dos números de I a XII, por[illegible] bastante usados nos relógios, ensinando [illegible] dos números de XIII a XXX, porque se [illegible] na numeração de capítulos, ou, inter[illegible] ensinado para dar a significação de C e [illegible] de que se encontram nos [illegible] numeração de capítulos, visto [illegible] das pessoas não leem livros em [illegible] a trata. E, se acontecer que al[illegible] poderá aprender facilmente o [illegible] livro. É verdade que certos diagramas e [illegible] são, às vezes, numerados com algarismos [illegible] numeração alcança números elevados. Entre[illegible] das escolas elementares, em toda a

[illegible] da, terão oportunidade de [illegible] aconteça, não será mais [illegible] por objetar: "Mas encontram [illegible] mos." Sim, encontram, [illegible] cia, que nós mesmos não no[illegible] detalhado uma lógica, não [illegible] que se justifique gastar [illegible] escola elementar. Há [illegible] que nos lá esquecendo. M[illegible] ces, por exemplo no [illegible] variações os algarismos romanos até [illegible] e a significação [illegible] (x) [illegible] para 1000, [illegible] que os alunos aprendessem [illegible] arcos em [illegible] aqueles que [illegible] *interpretá-los* como [illegible] subtrair, multiplicar ou [illegible] Nos [illegible] estudamos até XXX, [illegible] sistema não [illegible] [illegible] de relações, [illegible] de M [illegible] em [illegible]

Os [illegible] leitor [illegible] de [illegible]

3 1
[illegible] de multiplicações [illegible] 2 [illegible] 1 [illegible]
2

[illegible] consideração, no [illegible] tapete, [illegible] expressas em [illegible] como [illegible] alunos pelos [illegible] depois, como [illegible]

Seria útil, até certo ponto, [illegible] que ocorrem determinados fatos na [illegible] prática [illegible] ensino da aritmética. Por exemplo: Quantas vezes aparecerão, nessa prática, problemas expressamente "inventados" para ser

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

6. [illegible]

---

(1) O autor [illegible] I, II e III da aritmética de [illegible]

[illegible] unda-mão
[illegible] Preço de caramelos
[illegible] Venda de doces
11 Venda de roupas
12 Onças e libras
13 O mostrador do relógio
14 'Records' atléticos
15 Percursos de viagem

[illegible]

[illegible] terços
[illegible]

CAPÍTULO II

O INTERÊSSE

O INTERÊSSE DA ATIVIDADE MENTAL E DA OBTENÇÃO DE RESULTADOS

[illegible] Muitas crianças gostam de [illegible] de que [illegible] charadas e trabalhos, do [illegible] de damas, de xadrez e outros jogos intelectuais, e pelas mesmas razões por que gostam disto [illegible] quase todas as crianças gostam de ter o seu trabalho [illegible] afim de saber o que teem de fazer e quando [illegible] em fazer, e experimentam prazer em agir, dominar dificuldades e fazer progresso.

Mesmo que seja muito mal ensinada, a aritmética constitue um [illegible] melhores jogos intelectuais que a escola elementar pode oferecer aos alunos: é um trabalho bem definido, em que [illegible] que tem de fazer, quando [illegible] é [illegible] que falta [illegible] tornando a aritmética um jogo [illegible] para os [illegible] cérebro e mais poderoso [illegible] interêsse [illegible] resultados e dominar dificuldades [illegible] primeiro [illegible] dificuldades [illegible] e de [illegible]

Vejamos a linguagem usada pelos compêndios e pelos professores de há 20 anos, na explicação de processos, [illegible] de problemas, etc.

[illegible] mais de oito bons compêndios [illegible] menos, encontram-se [illegible] alternadas, Albania, [illegible] Bonaventura, Boston, Capeda, [illegible], Christóvão Colombo, cru[illegible], estado, Everest, fatura, [illegible] mercadoria, Monte Pico [illegible]

[illegible] alunos, no último semestre de segunda [illegible] terceiro, simplesmente, não se [illegible] e compreender tais palavras. Encon[illegible] em entendê-los, como se estivessem [illegible] O [illegible] pensamento era, assim, em[illegible] linguagem, sem nada [illegible] sem nenhum valor, desvan[illegible]

[illegible] dos compêndios para principiantes [illegible] adaptam para mais de cincoenta [illegible] e Pyrus, Charlotte, Denver, Graham, Ho[illegible] Orleans. O que os novos métodos [illegible] que ver com o aprendizado da aritmé[illegible] a capacidade de ler números [illegible] arrisca-se a ser fácil [illegible] um problema e matar o desejo de [illegible] tais nomes em vez de Tom, Dick, [illegible] e Isaac Mann?

[illegible] problemas em que a dificuldade aritmé[illegible] é a de linguagem insuperável para um [illegible] criança.

[illegible] pode obter, juntando 8 centavos, 4 [illegible] 7 centavos, e 6 centavos? Como se achara [illegible] somando ou multiplicando?

[illegible] terá de esvaziar uma medida de um [illegible] uma cesta da capacidade [illegible]

[illegible] decorar 3 páginas de história em um [illegible] memorizará 9 páginas?

4. Se Ricardo [illegible] 4 coelhos [illegible] pode dar 2 coelhos a um companheiro?
5. Se um jogador de "croquet" [illegible] 2 aros em cada um [illegible] quanto [illegible] 3 golpes?
6. Se a [illegible] pessoa, [illegible] tar, [illegible]

Imaginemos um problema [illegible] de uma pobre criança, problema [illegible] entrasse combinações de 2, 3, 4 [illegible] tabuadas de 2, 3 e 4.

Os [illegible] métodos [illegible] em que os compêndios [illegible] os interesses [illegible] abortado [illegible] com dificuldades [illegible] em de construção.

Consideremos o caso da cópia dos números que se devem somar, subtrair ou multiplicar. O esfôrço visual necessário à cópia de números e nomes [illegible] exigido pela leitura. Ele, se a criança tem outros deveres a [illegible] o trabalho mental total à [illegible] ao êrro, em a que ponha o melhor de seu [illegible] e forças [illegible] na execução da tarefa. Então, o resultado [illegible] certo, da resultado [illegible] O tempo requerido pela cópia de números, [illegible] tempo exigido pela solução do próprio problema de aritmética em questão. O simples trabalho de copiar é suficiente para matar o prazer de pensar.

Os novos métodos recomendam que, tanto quanto possível, a criança faça cópia de números apenas na medida indispensável ao adestramento e correção no escrevê-los e à formação e disposição dos mesmos. Ir além será em pura perda. É preciso frisar bem *que não se pode exigir que [illegible] os números que empregue nos seus cálculos, assim como não se pode exigir que copie todas as histórias que tenha de ler.* Exa-

[illegible] papel relativamente às palavras [illegible] importante relativa aos nú-[illegible]

[illegible] exercícios de cálculo de[illegible] que a criança coloque uma fi[illegible] lado de uma coluna de cursi[illegible] papel [illegible] uma [illegible] folha [illegible] algarismo podem ser [illegible]

[illegible] empregar [illegible] algarismos [illegible]

[illegible] costumavam escrever [illegible] dos [illegible] preferem [illegible] impressas, [illegible] trabalho da própria folha. Assim, não se [illegible] tempo e muito do interêsse, como a fiscalização [illegible] vê que [illegible] dos alunos recebem o mesmo [illegible] *Aritmética*. Desde a pu[illegible] 1909 e centro dos modêlos [illegible] impressos e muita series de folhas de [illegible] A recordada utilidade de tal forma [illegible] bem [illegible] e graduados [illegible] vantagens que decorrem da redação [illegible] de número.

[illegible] de apresentar [illegible] para que as crianças os especial[illegible] que devem escrever com a maior clareza e bem es[illegible] Disse, também, habituar a criança a facilitar o seu [illegible] traçado, desenho bem legíveis e espaçando-[illegible] O erro mais comum neste caso, consiste [illegible] muito juntos e, em se tratando de frações, fazê-[illegible] pequenas.

Além de expurgar os trabalhos de aritmética de dificuldades [illegible] e de evitar esforços também inúteis, é possível aumentar o interêsse da obtenção de resultados e do domínio de difi[illegible], ajudando o aluno a ter consciência [illegible] a atingir, [illegible] o conhecimento de progressão [illegible] trabalho [illegible] propõe [illegible] A [illegible] que [illegible] o trabalho deste pagina. Fac[illegible] em fazê-lo. Esforçesse até conseguir dar todas as respostas certas em dez minutos". Ao invés de aprender me[illegible] a calcular, ficará adquirido um meio de ver ficar o [illegible] e alcançar 100 por cento de exatidão, se o desejar [illegible] tais verificações, não será perdido nem um [illegible] Multiplicar 427 por 358 para ver ter o produto [illegible] 358 por 427 é uma prática tão boa como outra qualquer. Multiplicar 58 por 27 e somar 17 ao produto é tão boa

Subtração. Tire a prova, somando

A. 1	2	3	4	5
812	592	933	642	759
378	429	181	476	587

F. 8.	9	10	11	12
765	546	195	327	283
365	238	195	87	126

C.				
$5.25	$86.00	$1.50	$37.62	$3.75
1.75	56.32	.64	19.74	1.25

Divisão. Tire a prova multiplicando.

1	Verifique aqui	2	Verifique aqui
232	24	312	26
24	232	26	312

125 21	21 125	5 246 35	35 246

[illegible]

A	B	C
[illegible]	$\frac{1}{3}$ de 27	$\frac{1}{5}$ de 35
[illegible]	$\frac{1}{3}$ de 18	$\frac{1}{5}$ de 30
[illegible]	$\frac{1}{3}$ de 18	$\frac{1}{4}$ de 30
[illegible] 12	$\frac{1}{6}$ de 12	$\frac{1}{3}$ de 21
[illegible]	$\frac{1}{2}$ de 30	$\frac{1}{8}$ de 32
[illegible]	$\frac{1}{2}$ de 14	$\frac{1}{8}$ de 16
[illegible]	$\frac{1}{3}$ de 18	$\frac{1}{8}$ de 48
[illegible]	$\frac{1}{2}$ de 36	$\frac{1}{6}$ de 48
[illegible]	$\frac{1}{7}$ de 32	$\frac{1}{6}$ de 60
[illegible]	$\frac{1}{7}$ de 35	$\frac{1}{4}$ de 28

F.		
$\frac{2}{3}$ de [illegible]	$\frac{4}{5}$ de 20	$\frac{3}{4}$ [illegible]
$\frac{3}{4}$ de 16	$\frac{3}{5}$ de 2[illegible]	$\frac{3}{4}$ de [illegible]
$\frac{2}{5}$ de 20	$\frac{2}{3}$ de 15	$\frac{3}{4}$ de 12

Escreva os inteiros e os números mistos [illegible] frações seguintes

A	B	C	D	
$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{10}{8}$	$1\frac{1}{8}$ ou $1\frac{1}{4}$
$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{16}{8}$	$\frac{14}{8}$	$1\frac{6}{8}$ ou $1\frac{1}{4}$
$\frac{8}{4}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{12}{8}$	$1\frac{4}{8}$ ou $1\frac{1}{2}$ ou $1\frac{2}{4}$
$\frac{14}{4}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{10}{6}$	$1\frac{5}{6}$ ou $1\frac{2}{3}$
$\frac{9}{4}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{12}{6}$	$\frac{9}{6}$	$1\frac{6}{3}$ ou $1\frac{3}{2}$

A. Escreva os algarismos que faltam. Um [illegible] algarismo da certo

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{\ }{3}$ $\frac{\ }{4}$ $\frac{\ }{5}$ $\frac{\ }{6}$ $\frac{\ }{8}$ $\frac{\ }{10}$ $\frac{\ }{12}$

1/3 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
1/3 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
1/3 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
1/3 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
1/3 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12

B. Escreva os algarismos que faltam, quando puder. Faça um quando não houver um algarismo que dê certo.

2/3 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
3/4 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
2/5 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
5/6 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12
3/8 =	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/8	1/10	1/12

ADIÇÃO

A.	37,846	31,1	9,246
	1,02	20,988	18,09
	8,109	71,37	11,17
	70,61	52,63	45,763
B.	21,405	52,117	48,1
	48,19	19,8	37,87
	4,01	90,8	41,907
	77,024	11,753	15,963
C.	1,09	3,275	4,0125
	8,64	9,01	1,5907
	1,6143	5,98	4,10
	5,7086	8,1093	8,671

SUBTRAÇÃO

A.	10	47,18	9
	8,481	36,297	8,809
B.	32	2,	10,36
	13,409	1,5017	6,675
C.	0,92412	0,2547	50
	0,62	0,13225	44,636

[illegible] de multiplicação

[illegible] multiplicação. Comece pelo nº [illegible] 11. Primeiro os produtos. Quando o re[illegible]

[illegible] 4,7 m b 0,625 × $16,50

[illegible] $103,25 b $3 [illegible] 4,6 × 0,012 × 100,[illegible]

[illegible] 0,25 (0,[illegible] 0,35 $103,50

[illegible] $1 [illegible] 0,12 × 39,37 [illegible] 35

[illegible] 3 [illegible] 36 × 12 [illegible]

[illegible] 85 [illegible] 1

[illegible] 1 [illegible] 3 [illegible] 25 [illegible] $120

[illegible] $[illegible] 7 [illegible] 11

[illegible] 3 [illegible] $1,50 b 7 [illegible] × $1,25 [illegible] 5 [illegible] $1,[illegible]

[illegible] 111 [illegible] 2 [illegible] $1,00

[illegible] a [illegible] × 10 b [illegible] × 8 c [illegible] × 5 d 15 × [illegible]

c [illegible] × [illegible]

5º passo	a	3,07	b	57,5	c	6,14	d.	530	e.	3,06
		60		40		5,03		4,6		4,07
4º passo	a	6,5	b	225	c.	224	d	850	e	[illegible]
		20		20		1,2		27		5,6
3º passo	a	0,3	b	$2,47	c	74	d.	1,24	e	3,18
		2,1		16		0,32		1,7		5
2º passo	a	43	b	27	c	52	d.	75	e	84
		15		29		38		17		46
1º passo	a	62	b	94	c	73	d.	85	e.	48
		7		8		6		9		5

Finalmente convém notar que das conquistas do ensino moderno só ficarão, neste livro, as que possam contribuir para [illegible] interesse de pensar e realizar, e, dentre essas, as que [illegible] e forneçam ao aluno conhecimento de [illegible] sua própria reflexão, meninos e meninas, em geral, preferem instruir-se a ser ignorantes, a aprender o que [illegible] não o é.

OUTROS INTERÊSSES

Mais do interêsse que a aritmética provoca como um jôgo, [illegible] a mente para alcançar resultados e mostrar [illegible] Vários outros interêsses existem para os [illegible] no ensino desta disciplina. Por exemplo, [illegible] mais interessante para a criança, na me[illegible] em ação física e variedade, desenvolver-se [illegible] de [illegible] oferecer uma oportunidade de [illegible] um [illegible], relacionar-se com alguém ou al[illegible] que [illegible], e, acima de tudo, talvez, se se tratar [illegible] de uma atividade de um objetivo que no momento, estava desempenhando papel importante em sua vida.

Essa razão pôr que se deve tomar maior cuidado e pôr maior

[illegible]

[illegible] problema [illegible] nível de interêsse [illegible]

[illegible] Quantos pés tem o [illegible]? [illegible] Quantos carros têm 3 [illegible]? [illegible] Quantas carteiras de 8 botões [illegible]

[illegible] First National Bank $2'[illegible] [illegible] $[illegible] Quanto depositou [illegible] [illegible] 1[illegible]37 habitantes [illegible] [illegible] 1[illegible]05 [illegible] Francês 2[illegible] [illegible] quatro filhos juntos [illegible] morreu em 1874. Quantos [illegible]

[illegible] Presidente Lincoln [illegible] 580. Quantas palavras [illegible] que o segundo?

[illegible] de 1893 [illegible] para o seu [illegible] [illegible] exercícios para [illegible] [illegible] exercícios impressos, [illegible]

[illegible] macieiras, pinheiros, ameixeiras, figueiras, palmeiras, parreiras, etc.

[illegible] milho, [illegible] beterrabas, etc.

[illegible] nos velhos [illegible]

[illegible] problemas geralmente vitais [illegible] em resolver, em lugar [illegible] excursões, compras domésticas, em vez de exercícios sôbre a colocação dos ponteiros de um [illegible] melhor adivinham para que [illegible] os queijos de Wisconsin ou do [illegible] Nova York ou sôbre o aumento de produção [illegible] lhos de aço, quando não sôbre as mais desinteressantes minucias de processos industriais.

Faziam-se esforços para utilizar os interêsses infantis na motivação dos trabalhos de aritmética, mas estavam, as mais das vezes, muito longe de conseguí-lo, como se vêm nos problemas que seguem:

1. Uma classe gasta 8 blocos de papel, por semana, nos seus trabalhos de aritmética. Quantos blocos serão necessários para o trabalho de um período de 20 semanas?
2. Um menino atira um disco a $18\frac{1}{4}$ pés; outro, a $13\frac{7}{12}$. Quantos pés mais longe do que o segundo atira o primeiro?
3. Uma equipe de "base-ball" ganhou 68 jogos. Outra [illegible] $\frac{1}{4}$ [illegible] Quantos jogos foram ganh[illegible] [illegible] equipe de "basket-ball". [illegible] de $118\frac{3}{4}$ lb. Achar o pês[illegible] [illegible] obteve promoção; 1 aluno [illegible] alunos havia na classe [illegible]

[illegible] procurassem utilizar os interêsses [illegible] Quem, por exemplo, se é bom [illegible] por 3[illegible] ou 40 por cento? Que importa o pêso total de uma equipe, quando é conhecido o seu pêso médio?

Examinemos os seguintes:

6. A tampa de uma caixa é feita de três pedaços de madeira. Os pedaços medem respectivamente, 4 polegadas e $\frac{5}{8}$, 3 pol. e $\frac{1}{4}$ e 6 pol. e $\frac{5}{8}$ de largura. Achar a largura da tampa.
7. Um campo de "base-ball" é retangular e mede 25.000 pés quadrados. O comprimento mede 41 jardas e $\frac{2}{3}$. Qual é a largura do campo?

Os dois precedentes *soam* à maneira de ocorrências da vida comercial e desportiva, mas *soam* apenas. Na realidade, nenhum apêlo fazem a interêsses atléticos ou construtivos.

E estoutro:

8. Um livro de leitura custa $0.50. Qual será o preço total dos livros necessários a uma classe que o use?

O tempo gasto só em contar os livros, seria bastante para a resolução de uma dúzia de bons problemas.

Os novos métodos exigem que os compêndios e os professores, no mínimo:

Levem em conta a vida da criança e as suas atividades, quer na escola, quer fora dela, e procuram utilizá-las, quando de real proveito.

Procurem, sem lo possível [illegible] atrativos para [illegible] em cada novo processo.

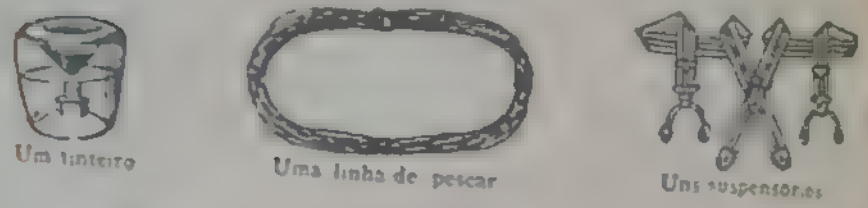
Apliquem cada processo a assuntos dos quais se possa, razoavelmente, esperar que a criança [illegible] mais tarde, tenha de aplicar, visto que tais aplicações são tão instrutivas, quanto as remotas e artificiais.

Usem jogos, competições e outros recursos semelhantes [illegible] meio de motivação e de treinamento, visto serem tão instrutivos quanto o mero exercício pelo próprio exercício.

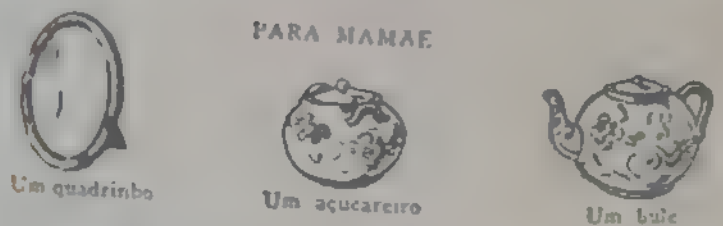
Associem aos trabalhos de aritmética humorismo, [illegible] dade, variedade, e ação, sempre que fôr possível sem prejuízo da ordem do sistema e da [illegible] execução da tarefa.

Presentes de Natal

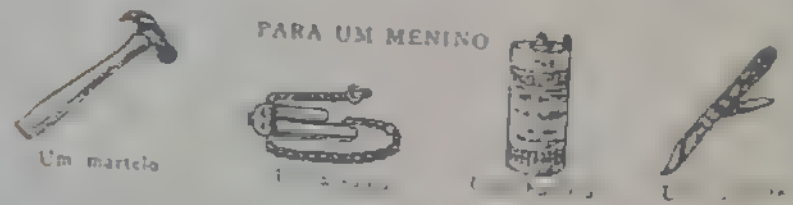
PARA PAPAI



PARA MAMAE



PARA UM MENINO



PARA UMA MENINA

Veja se é capaz de descobrir sòzinho o modo de fazer as somas. (*) Se precisar de auxílio, estude a página 40. Repare como se pode achá-las depressa e sem êrro.

1. Escolha três presentes, um para o papai, um para a mamãe e um para o bebê. Escreva o preço de cada um e some para achar o custo total.
   Custo total quer dizer o preço dos três juntos.
2. Escolha três presentes para si mesmo. Procure o preço total.
3. Escolha três presentes para uma menina. Não gaste mais de 60 centavos. Qual é o custo total dos presentes que escolheu?
4. Escolha três presentes para um menino. Não gaste mais de 40 centavos. Qual é custo total do que escolheu?
5. Procure o custo total da compra de uma linha de pescar para papai, um açucareiro para a mamãe e um dominó para a irmãzinha.
6. Procure o preço total da compra de uns suspensórios para papai, um quadrinho para mamãe e uma caixinha de cubinhos para o bebê.
7. Qual é o preço total dos dois presentes mais baratos para menina?
8. Qual é o custo total dos três presentes mais caros para menina?
9. Qual é o custo total dos quatro presentes para menino?
10. Qual é o custo total dos quatro presentes para menina?
11. Qual é o custo total dos quatro presentes para bebê?

Ao professor. Alguns apenas dos alunos mais bem dotados serão capazes de descobrir por si mesmos a maneira de tratar as reservas, mas é bom que as crianças se defrontem com problemas como êstes e sintam a necessidade de solucionar o caso, antes de ser ensinado o processo.

A pesagem do bebê

O bebê e seu carrinho pesam juntos $38\frac{1}{8}$ lb. O carrinho sem o bebê pesa $14\frac{1}{2}$ lb.

Quanto pesa o bebêzinho?

$38\frac{1}{8}$ *Pense* " $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$, $1\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$ "

$14\frac{1}{2}$ *Pense* " $\frac{4}{8}$ e $\frac{5}{8} = \frac{9}{8}$

$23\frac{5}{8}$ *Escreva* $\frac{5}{8}$ *Aumente 1 a 14.*

Tira a prova somando $23\frac{5}{8}$ *e* $\frac{5}{8}$ *a* 14 *e* $\frac{1}{2}$.

A meninha de Nell pesava $7\frac{3}{8}$ lb., quando nasceu, e $9\frac{1}{4}$ lb. quando completou um mês. Quanto aumentou no primeiro mês?

$9\frac{1}{4}$ *Pense* " $1\frac{1}{4} = \frac{10}{8}$ "

$7\frac{3}{8}$ *Pense* " [illegible] $\frac{1}{8}$

Escreva $\frac{7}{8}$ *Aumente 1 a 7*

Tira a prova somando

A tabela ao lado mostra o pêso da Maria, menininha de Nell, tomado de dois em dois meses, do nascimento à idade de um ano.

Pêso de Maria Adams

Ao nascimento	$7\frac{3}{8}$ **lb.**
Aos 2 meses	$11\frac{1}{4}$ **lb.**
Aos 4 meses	$14\frac{1}{8}$ **lb.**
Aos 6 meses	$15\frac{3}{4}$ **lb.**
Aos 8 meses	$17\frac{5}{8}$ **lb.**
Aos 10 meses	$19\frac{1}{2}$ **lb.**
Aos 12 meses	$21\frac{1}{2}$ **lb.**

1. De quanto aumentou o peso de Maria, nos primeiros dois meses?
2. De quanto aumentou nos dois meses seguintes?
3. Nos dois seguintes?

[illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]
7. Do nascimento aos 6 meses?

Pêso de Alfredo Stern

Aos 0 meses	$7\frac{7}{8}$ lb.
Aos 2 meses	$9\frac{3}{4}$ lb.
Aos 4 meses	$11\frac{5}{8}$ lb.
Aos 6 meses	$13\frac{1}{4}$ lb.
Aos 8 meses	$16\frac{5}{8}$ lb.
Aos 10 meses ...	**$19\frac{1}{4}$ lb.**
Aos 12 meses ...	**$23\frac{1}{8}$ lb.**

[illegible] de Alice Stern.

[illegible]

Aumento de	*0 a 2 meses*
[illegible]	*2 a 4 meses*
[illegible]	*4 a 6 meses*
[illegible]	*6 a 8 meses*
[illegible]	*8 a 10 meses*
[illegible]	*10 a 12 meses*

[illegible]

[illegible] 10 problemas, numa coleção [illegible] a que está à esquerda desta página, e cobriu [illegible] Depois, [illegible] descobriu, os meninos

[illegible] meninas trataram de escrever os resultados, o mais depressa possível. O maior "record" registado foi de 39 segundos, obtido [illegible] Prática, [illegible] escrever a direita da [illegible] "record". Só devem ser contados os problemas que apresentem todas as respostas certas e [illegible] das expressões mais simples.

Material para a prática da "Corrida de Frações"

Corrida de frações

Somar $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$

Somar $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$

Somar $\frac{2}{4}$, $\frac{7}{12}$

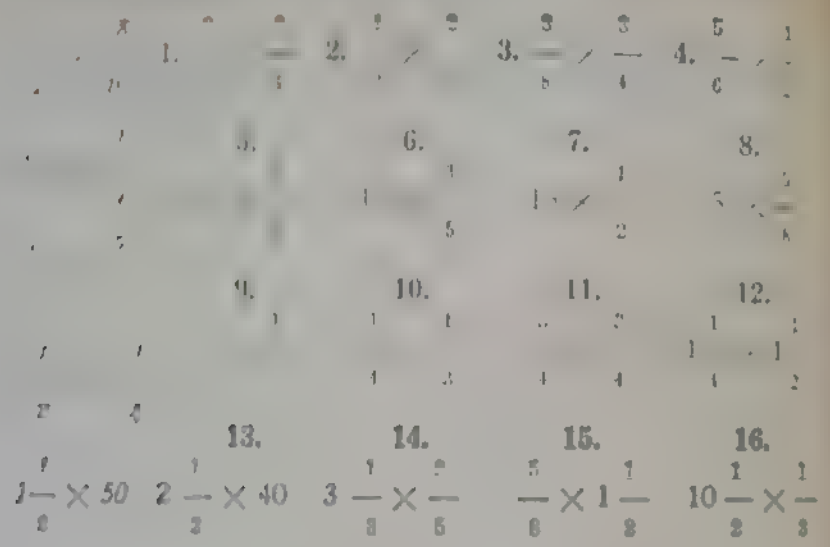
Adição

A.	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{2}{3}$
	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{1}$
	$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{1}$
B	$\frac{8}{1}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{9}{3}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{5}{3}$
	$\frac{8}{2}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{4}{4}$
C.	$\frac{9}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{8}{3}$
	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{8}$

Subtração

A	$\frac{8}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{4}{1}$
	$\frac{2}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{4}$
B	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{21}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{8}{4}$
	$\frac{4}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{11}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{16}$

[illegible]



O Brinquedo de "Bric-à-Brac"

[illegible] Lance [illegible] da escola Irving realizaram um bri[illegible] Cada aluno trouxe à escola um objeto usado [illegible] segunda mão. Sôbre cada objeto ou artigo [illegible] um cartão com o preço de compra e outro em [illegible] Depois, calcularam a quantos por cento [illegible] o preço de venda e es[illegible] Depois, ao rotular os objetos alinhados, ao rotular [illegible] por que [illegible] o preço de venda representava [illegible] sôbre o custo original e a terminal [illegible]

Jogue outro, antes do jogo.

Alguns [illegible] escreveram uma lista de objetos e os respectivos [illegible] para cada um a quantos por cento do custo do [illegible], que é o novo, corresponde o preço atual.

	Preço do objeto em segunda mão	Custo em primeira mão
1. Livro	30 ¢	$1.75
2. Patins	25 ¢	.98
3. Jogo	15 ¢	.4[illegible]
4. Raquete	40 ¢	3.25
5. Quadro	17 ¢	.25
6. Brinquedo	[illegible] ¢	.25
7. Lenço	15 ¢	1.25
8. Trenó	25 ¢	1.75

Fazer a divisão somente até milésimos, calculando as percentagens até décimos, como se vê abaixo, para o n. 1

0,30000 1,75 30,0 por 175

175 0,171 ou 17,5 0,171

1250 ou 12,50 ou

1225 17,1% 12,25 17,1%

250 250

175 175

75 75

Peçam ao seu professor que os deixe brincar de "bric-à-brac", logo que houverem aprendido a achar percentagens rapidamente e sem erros.

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. Substituam cada um dos problemas seguintes por outro que se refira ao mesmo tipo de aritmética, porém, mais interessante ou desembaraçado de dificuldades inúteis de linguagem ou atendendo a ambas as coisas ao mesmo tempo.

   a Se um negociante comprar três barricas de açúcar, pesando respectivamente 310,7 lb, 311,6 lb e 312,5 lb, quantas libras comprará ao todo?

   b Se a altura do ponto mais elevado do mostrador de um relógio de sol é de $\frac{5}{32}$ de diâmetro do mostrador e êste mede 12 polegadas, qual será a altura do relógio?

[illegible]. Que distância percorrerá em 8 dias, um caixeiro viajante que faz a média $52\frac{1}{2}$ milhas por dia?

[illegible]. Meça a capa de sua aritmética e faça um desenho da mesma na escala de $\frac{1}{4}$.

[illegible]. Os automóveis pagam uma taxa para construção de estradas. Em certo lugar, em um ano, havia 2.900.000 [illegible] por ano, para registo e licença. Quanto recebia o [illegible]?

[illegible]. A superfície da India Inglesa é de 1.004.616 milhas quadradas e a sua população de 150.767.851 habitantes. Quantos habitantes por milha quadrada?

[illegible]. Quantas pessoas morrem, por ano, numa cidade de [illegible] 190.000 habitantes, se a média anual de mortes nessa cidade é de 10 por mil?

[illegible]. Se um homem vence em média $2\frac{3}{4}$ pés por passo, quantos passos deve dar para percorrer uma milha (5.280 pés)?

[illegible]. Um procurador cobrou uma dívida de $324.50 e pediu [illegible] Qual foi a sua comissão?

[illegible] As pirâmides do Egito foram construídas [illegible] da fundação de Cartago, que Cartago [illegible] anos antes da destruição de Troia e [illegible] 431 anos antes da fundação de Roma, [illegible] 697 anos depois da fundação de [illegible] da era cristã. Quantos anos antes da era cristã foram construídas as pirâmides do [illegible]

2. [illegible] em multiplicar para infundir interêsse

a. [illegible] e subtrações com 0? (Livro I, [illegible])

b. [illegible] da multiplicação por número simples, da subtração, do [illegible] das tabelas de medidas e das divisões [illegible] (Livro I, pgs. 136-137.)

c. Ao aprendizado da significação de ações? (Livro III, pgs. 153-154.)

d. Ao estudo das medidas circulares? (Livro III, pgs. 111, 112, 113.)

3. Examinar a pág. 214, Livro I, referências à escrita de frações, tamanho, modo de espaçá-las e motivos usados para despertar o interêsse em alcançar resultados.

4. Examinar Livro III, pág. 31: Conviriam êsses exercícios ao 3º e ao 4º ano?

5. Examinar pág. 130 e 131: Foi Alice uma aluna superior ou medíocre? Suponhamos que um professor aplicará, muitas vezes, em sua classe do 5º ano, a forma do teste indicado, para provocar reações rápidas, facilidade de adaptação, conhecimento de princípios fundamentais e combinações de vários passos em um. Como se arranjará êle para atender às diferenças individuais, evitando que os alunos destros, adaptáveis, bem dotados, não se enfadem e os tardos e rudes não desanimem?

6. Ver Livro III, pág. 6. Qual seria o resultado se as instruções fôssem:
"Pratique até conseguir resolver tudo, em 4 minutos, sem êrro"?
Nos exercícios realizados com a finalidade de alcançar determinado "standard" de [illegible] é preciso ter o máximo cuidado em marcar tempo razoável, relativo à idade mental do aluno.

CAPITULO III

TEORIA E EXPLICAÇÕES

RACIOCINIO DEDUTIVO

Os velhos métodos explicavam as várias regras e processos da aritmética, desde o "transporte de reservas" na soma até a colocação da vírgula na divisão de decimais, se é que os explicavam, dedutivamente, como conseqüência necessária de axiomas fundamentais e da natureza de nosso sistema de numeração, em que, por exemplo, cada dígito representa tantas unidades, dezenas, centenas, décimos, etc., segundo o lugar que ocupa; em que, na fração ordinária, o número escrito acima do traço representa o número de partes tomadas e o número escrito abaixo do traço, a razão entre a unidade e o tamanho destas partes.

A experiên[illegible] vem mostrar que o aproveita-[illegible] dedutivas, não correspondia [illegible] em [illegible], de modo que, ano a [illegible] Hoje, nenhum autor com-[illegible] explicações semelhantes às que [illegible] que eram atualmente consideradas ao [illegible]

I

[illegible] entre 15 homens 3465 dólares.

[illegible] Quando o divisor excede de 12, como no exem-[illegible] em vez de fazer todas as operações mentalmente, tor-

na-se necessário fazer parte da operação por escripto, como no exemplo 3, que precede.

15 não está contido em 3 (milhares); logo, não haverá milhares no quociente. Separa-se mais um algarismo à direita; [illegible] 34 (centenas), como primeiro dividendo parcial. 15 está [illegible] 2 (centenas) [illegible] vezes [illegible] de dólares a cada um dos homens, e aos 15, [illegible] 30 centenas. Subtraindo 30 centenas das 34 centenas do dividendo, restam, 4 centenas as quais se juntam às 6 dezenas do dividendo, abaixando o 6, e ficam 46 dezenas, que formam o segundo dividendo parcial. Neste, 15 está contido 3 (dezenas) vezes, o que dá a cada homem mais 3 dezenas de dólares (30 dólares), e aos 15, 15×3 (dezenas) ou 45 dezenas de dólares.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	4	6	5	15	2	3	1
3	0	centenas					
	4	6	dezenas				
	4	5					
	1	5	unidades				
	1	5					

Subtraindo estas das 46 dezenas [illegible] dividendo, [illegible] 15 [illegible] como terceiro dividendo parcial, [illegible] 15 está contido uma vez, o que dá 1 (unidade) dólar a cada homem. Donde se conclue que cada homem pode receber 2 centenas, 3 dezenas e 1 unidade isto é, 231 dólares.

[illegible] este processo, o [illegible] que contém o divisor [illegible]

[illegible]	Divisor	Quocientes
3000	15	200
450		30
15		1
-		—
3465		231

Na [illegible] 200 [illegible] vezes. Na [illegible] 15 (dezenas) [illegible] contido 3 (dezenas) vezes [illegible] terceiro, 15 (unidades), [illegible] tido uma (unidade) vez. [illegible] se fedremente que as diversas partes juntas [illegible] dado e que os diversos quocientes parciais [illegible] quociente total

II

Divisão de fração por fração

Quantas libras de chá se podem comprar por $\frac{11}{12}$ de dólar, custando a libra $\frac{2}{3}$ de dólar?

CÁLCULOS

Primeiro passo. $\frac{11}{12} \times 3 = \frac{33}{12}$

Segundo passo $\frac{33}{12} \div 2 = \frac{33}{24} = 1\frac{3}{8}$

Cálculo completo. $\frac{11}{12} \div \frac{2}{3} = \frac{11}{\cancel{12}_{4}} \times \frac{\cancel{3}}{2} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$

Análise. Custando uma libra de chá $\frac{2}{3}$ de dólar, com $\frac{11}{12}$ de dólar se poderão comprar tantas libras, quantas vezes $\frac{2}{3}$ estiver contido em $\frac{11}{12}$. 1 está contido em $\frac{11}{12}$, $\frac{11}{12}$ de vezes, e $\frac{1}{3}$ está contido em $\frac{11}{12}$, 3 vezes mais ou 3 vezes $\frac{11}{12}$, que são $\frac{33}{12}$ de vez, que é o número de libras de chá que se podem comprar [illegible] a libra. Porém, o preço da libra não é de $\frac{1}{3}$ de dólar, [illegible] e $\frac{2}{3}$ não está contido em $\frac{33}{12}$, senão $\frac{1}{2}$ do número de vezes que um $\frac{1}{3}$ está contido em $\frac{33}{12}$. Assim, di-

vidindo $\frac{33}{12}$ por 2, obtém $\frac{33}{24}$ que é igual a $1\frac{3}{8}$ de vezes ou ao número de libras que se podem comprar a $\frac{2}{3}$ de dólar a libra.

Vemos, no cálculo efetuado, que multiplicamos o dividendo pelo denominador do divisor e dividimos o resultado pelo numerador do divisor, o que está de acôrdo com a regra da divisão de frações. Portanto, invertendo os termos da fração divisor, as duas frações ficam em tal reciprocidade de relações, que se podem multiplicar os dois números superiores para achar o numerador do quociente e os dois números inferiores para achar o denominador do mesmo, como se mostra no cálculo acima.

III

Divisão de frações é o processo de divisão, em que o divisor ou o dividendo ou ambos são frações.

Divisão de fração por inteiro

Ex. 1. Dividir $\frac{8}{9}$ por 4. R.: $\frac{2}{9}$

1.º CALCULO $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{2}{9}$

Divide-se o numerador da fração pelo inteiro, 4, e escreve-se o quociente 2 [illegible] denominador. [illegible] dida por 4, visto que o [illegible] é representado pelo denominador [illegible] mesmo, enquanto o número de partes é apenas [illegible] igual a $\frac{1}{4}$ do número primitivo [illegible]

Dividindo o numerador de uma fração [illegible] quer, a fração toda fica dividida [illegible]

Ex. 2 Dividir $\frac{5}{7}$ por 9 R. [illegible]

2.º CALCULO $\frac{5}{63}$ Multiplica-se o denominador da fração pelo inteiro, 9, e escreve-se o produto sob o numerador, 5. E' evidente que êste processo divide a fração, porque, multiplicando o denominador por 9, o número de partes em que estava dividida a unidade, aumenta, tornando-se cada parte 9 vezes menor, isto é, reduzindo-se a $\frac{1}{9}$ do seu valor primitivo. Ora, se cada parte não vale senão $\frac{1}{9}$ das anteriores e o número de partes não aumentou, está provado que a fração toda ficou dividida por 9 logo:

Multiplicando o denominador de uma fração por qualquer número, a fração toda fica dividida por êsse número.

REGRA: Para dividir uma fração ordinária por um número inteiro, *divide-se o numerador pelo inteiro, se a divisão não deixar resto, e conserva-se o mesmo denominador,* ou

Multiplica-se o denominador da fração pelo inteiro e conserva-se o mesmo numerador.

Divisão de inteiro por fração

Ex. 1.º Quantas vezes 13 conterá $\frac{3}{7}$? R. $30\frac{1}{3}$

CALCULO

1º $\frac{3}{7}$ $\frac{13 \times 7}{3}$ $\frac{91}{3}$ $30\frac{1}{3}$

[illegible] $\frac{1}{7}$ [illegible] quantas vezes haverá [illegible] como

em 1 [illegible] 7 vezes $\frac{1}{7}$, logo, 13 inteiros conterão

91 vezes 1 sétimo, ou sejam $\frac{91}{7}$. Ora, se 13 contém 91 vezes 1 sétimo, 13 conterá tantas vezes $\frac{3}{7}$, quantas 91 contiver 3 ou sejam $30\frac{1}{3}$. Donde se conclue que, para se dividir um inteiro por uma fração,

REGRA: *Multiplica-se o inteiro pelo denominador e divide-se o produto pelo numerador.*

Divisão de um número mixto por inteiro

Ex. 1. Dividir $17\frac{3}{8}$ por 6. R. $2\frac{43}{48}$

CALCULO

$17\frac{3}{8}$ 6

$17 \times 8 = 2$

$\frac{3}{8} \times 6 = \frac{43}{8}$

$\frac{43}{8} \div 6 = \frac{43}{48}$

$2\frac{43}{48} = 2\frac{43}{48}$

Dividindo-se a parte não fracionária pelo inteiro, 6, obtém-se 2 inteiros e um resto igual a $5\frac{3}{8}$, o [illegible] se reduz a fração [illegible] pelo divisor, 6, [illegible]

[illegible] Juntando êste resultado ao que [illegible] $2\frac{43}{48}$

[illegible] 2 obtém-se o resultado $2\frac{43}{48}$

Logo, para dividir um número mixto por 1 inteiro, divide-se a parte não fracionária pelo inteiro e, sendo necessário, reduz-se o resto a fração imprópria e se procede, como no primeiro caso

Divisão de inteiro por número mixto

Ex. 1. Dividir 25 por $4\frac{3}{5}$ R.: $5\frac{10}{23}$

CALCULO

$$25 \div 4\frac{3}{5} = \frac{125}{5} \div \frac{23}{5}$$

$$125 \div 23 = 5\frac{10}{23}$$

Reduzem-se o dividendo e o divisor a quintos, e efetua-se a divisão como se fôssem inteiros.

Para reduzir o dividendo e o divisor a quintos, multiplicam-se ambos por 5, o que não altera o quociente, porque, quando se multiplicam o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o quociente não se altera.

Ficam assim $\frac{125}{\ }$ por $\frac{23}{\ }$ que se dividem como se fôssem inteiros, porque, aplicando a regra da divisão de fração por fração, tem-se $\frac{\ }{\ } \times \frac{\ }{23}$, donde, por cancelamento, $\frac{125}{23}$ ou $125 \div 23$. Logo, para dividir um inteiro por um número mixto, reduzem-se o dividendo e o divisor ao denominador da parte fracionária do divisor e efetua-se a divisão, como se fôssem inteiros.

Divisão de fração por fração

[illegible]

$\frac{1}{4}$ de $\frac{63}{8}$ de vezes, que são $\frac{63}{32}$ ou $1\frac{31}{32}$ de vezes.

Assim, multiplica-se o denominador do dividendo pelo nu- [illegible] dor do divisor. Portanto, por conveniência, pode-se sim- [illegible] em extensão e importnciа, levou alguns professores a imagina- [illegible] pico seguinte.

RACIOCINIO INDUTIVO

[illegible] de cada produto parcial sob o algarismo pelo qual se está [illegible] ou "Por que, tendo-se de dividir por $\frac{3}{4}$, mul- [illegible]

exata". Deriva de algumas verificações valiosas. E' experimental e indutiva.

Os métodos fazem largo uso da segunda espécie de raciocínio. O aluno aprende a verificar regras e procressos. Verifica por si mesmo que se multiplica 412 por 3, somando $\begin{array}{r} 412 \\ 412. \\ 412 \end{array}$

Verifica se está certo o que lhe ensinaram sôbre a divisão de 675 por 25, multiplicando 27 por 25. Comprova a regra de somar frações, objetivamente. Comprova a regra que ensina que o número de casas de dízima do produto é igual à soma das casas de dízimas do multiplicando e do multiplicador, comparando os resultados obtidos com os que obtém pela multiplicação dos mesmos números expressos em frações ordinárias, substituindo $0{,}25 \times 0{,}5$ por $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$. Verifica o resultado da multiplicação $\begin{array}{r} 7{,}14 \\ \times\, 3{,}8 \\ \hline \end{array}$, pensando assim: o produto de 7,14 por 3,8 não pode ser 2,7132, porque 3×7 é mais do que 20. Não pode ser 271,32, porque 4×8 não chega a 200.

Os novos métodos dão maior importância à convicção do [illegible] da regra e do processo do que à habilidade de exibir em palavras uma prova que possa satisfazer ao matemático mais exigente. Não admitem que o aluno ponha fé absoluta nas regras e nos processos e os siga como um au[illegible] tem em que o aluno [illegible] formular definições da teoria dos números, em [illegible] Julgam que, [illegible] o aluno que [illegible] e dá a tentação de simplesmente memorizar defi[illegible] e explicações.

Por exemplo, suponham-se que uma criança haja efetuado a divisão de 6 por $\frac{3}{4}$, multiplicando 6 por $\frac{4}{3}$ e haja comprovado

o resultado objetivamente [illegible] de $\frac{4}{3}$ de pol. de comprimento; que haja dividido $2\frac{1}{2}$ por $\frac{1}{8}$, multiplicando $2\frac{1}{2}$ por $\frac{8}{5}$ e haja comprovado o resultado, dividindo uma tira de $2\frac{1}{2}$ pol. em partes de $\frac{5}{8}$ de pol.; e do mesmo modo, em outros casos. Suponhamos que haja orga[illegible] por adição ou multiplicação, tabelas como

$$1\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} = 2$$

$$2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6} = 3$$

$$3\frac{1}{3} \quad \frac{5}{6} \quad 4$$

$$4\frac{1}{6} \quad \frac{5}{6} = 5$$

[illegible] Inverter e multiplicar [illegible] que lhe hajam [illegible] Poderia pode não ser capaz de expor a prova [illegible] da natureza das frações. Talvez, mesmo [illegible] sejam!

ADAPTABILIDADE AO APRENDIZ

Os novos métodos [illegible] fórmulas e enunciados de regras [illegible] enciclopédia destinada a matemáticos [illegible]

ná-los guias verdadeiros e seguros para o jovem aprendiz [illegible] ceitos tão exatos que desapareça toda probabilidade de desorientação e uma correção verbal e lógica própria de um dicionário [illegible] preferem A a B:

A

Números como 2, 5, 7, 9, 11, 25, 75, 250 são inteiros.

Números como [illegible]

Números como $4\frac{1}{4}$, $2\frac{7}{8}$, $12\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{3}$ são números mixtos.

B

Todo número expresso sem fração chama-se inteiro. Todo número que indica partes iguais da unidade, chama-se fração. [illegible] números expressos, chama-se fração ordinária. Todo número composto de um inteiro e uma fração chama-se número mixto.

[illegible] uma definição se considera correta, se conduz a aplicações corretas; uma regra é correta, se leva a operações corretas, um processo foi corretamente entendido, se o aluno pode aplicá-lo para obter resultados [illegible] definições, as regras e ex- [illegible] pensar em [illegible] "números inteiros a 1" [illegible] em frações, como "números seme- [illegible] sem nenhuma referência a [illegible] Se o aluno usar tal conheci-

mento para efetuar somas e subtrações de frações com o mesmo denominador ou de meios, quartos e oitavos ou de meios, terços e sextos, de modo algum se desorientará ou se prejudicará para o futuro, quando a idéia e a definição de fração tornar-se mais extensa e precisa. De fato não se pode esperar que um aluno de escola elementar chegue a entender uma definição perfeita de fração, que incluiria

$$\frac{b+a}{[illegible]}, \quad \frac{0{,}426-0{,}169}{2{,}3}$$

DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DA TEORIA

Era comum, nos velhos métodos dar-se a teoria geral, regra ou explicação de certos processos, como os da soma e da subtração de frações ordinárias, ou da divisão de decimais, e depois se exigirem do aluno copiosos exercícios, até torná-lo capaz de usar tais processos correta e ràpidamente. Supunha-se que a compreensão, na maioria dos casos, devia preceder o uso e que depois de estar o aluno apto a aplicar bem o processo, não havia mal em que esquecesse as razões do mesmo. "Primeiro aprender, porque se faz dêste ou daquele modo; depois, esquecer os porquês".

Tal plano é talvez defensável. Mas os novos métodos desconfiam dêste aprender para esquecer, e, em particular, julgam que os princípios gerais devem ser as últimas cousas a serem esquecidas. Se os princípios [illegible] forem realmente úteis, se atuaram, realmente, no aprendizado e na fixação do aprendizado [illegible] bem escolhidos, parece que, embora certas minúcias [illegible] venham a ser esquecidas, êsses princípios vitais [illegible]

[illegible] ensinam cada princípio, gradativamente, [illegible] "e muitas vezes [illegible] mas bem compreendido e [illegible]

relaciona com aquilo que o aluno está fazendo e com o que esteve fazendo. Assim, o aluno começa o seu trabalho de adição de frações dissemelhantes, por exercícios, como os seguintes:

6	7
$9\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$	$8\frac{3}{4}$

em que aprende simplesmente que "$\frac{1}{2}$ são $\frac{2}{4}$". Mais tarde, encontrará somas de $\frac{}{8}$, $\frac{}{4}$ e $\frac{}{2}$, e aprenderá ainda simplesmente que "$\frac{1}{2}$ são $\frac{4}{8}$" e "$\frac{1}{4}$ são $\frac{2}{8}$ e $\frac{3}{4}$ são $\frac{6}{8}$". Ficará, assim, preparado para entender o principio geral "quando se somam frações, reduzem-se ao mesmo denominador".

Os novos métodos reúnem os conhecimentos mais simples em um conhecimento mais geral e, depois de haver o aluno adquirido experiência em certas operações, dão-lhe uma explicação completa, que já está apto para entender de todo, e cujo valor, pode então apreciar; mas que lhe seria incompreensível e inútil, ensinada logo de começo. Neste caso estão as páginas "65 — 69", que oferecem trabalhos próprios para [illegible] 7

[illegible] ensin que leva [illegible] experiência do que [illegible] mestres e [illegible] a [illegible] me- [illegible] regras e explicações, salvo se [illegible] conven- [illegible] pelo aluno. [illegible] esteja convencido [illegible] ao aluno sôbre o valor rela-

tivo dos números, devem-se-lhe dar, de quando em quando, exercícios semelhantes aos que seguem:

6×9 =	7×8 =
6×90 =	7×80 =
6×900=	7×800=

243	Tire a prova assim:
2	2×200=
—	2×40 =
	2×3 =
	Total ———

975	Tire a prova assim:
8	8×5 =
—	8×70 =
	8×900=
	Total ———

REVISÃO ORAL.

Fazer uma adição significa achar a soma de duas quantidades.

O resultado exato da soma é o resultado que se obteria, contando ou medindo com a máxima precisão.

Obtém-se um resultado exato na soma de inteiros ou de decimais.

Somando unidades a unidades e contando 10 unidades como 1 dezena.

Somando dezenas a dezenas e contando 10 dezenas como 1 centena

S[illegible] a [illegible] mos como 1 [illegible]

S[illegible] a [illegible] e [illegible] como 1 centésimo.

1. C[illegible] se [illegible] 10 [illegible]

Obtém-se um resultado exato [illegible] tem o mesmo denominador somando os numera- [illegible]

2. Como se contam $\frac{2}{2}$ ou $\frac{3}{3}$ ou $\frac{4}{4}$ ou $\frac{5}{5}$ ou $\frac{8}{8}$?

[illegible]-se um resultado exato na adição de frações de [illegible]minadores diferentes, reduzindo-as primeiro ao mesmo denominador ou convertendo-as em decimais.

3. Converter $\frac{7}{25}$, $\frac{9}{50}$ e $\frac{11}{20}$ em decimais.

4. Re[illegible] a $\frac{}{12}$.

5. Leia, substituindo o ponto pela palavra ou número conveniente:

[illegible] 3 pk. e 7 qt., obtém-se o resultado exato, somando qt. a.... e contando 8 qt. como.... pk. e somando pk. a.... e contando 4 pk. como.... bu.

[illegible]

[illegible]gundos, minutos, onças, pés, polegadas.

[illegible]

1b. 1p. 2q.

[illegible]

[illegible]

1. [illegible] linhas

[illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] a milha como unidade de comprimento.

b. Meia milha vale 160, quando se toma o *rod* como unidade de comprimento.

c. Meia milha vale 880, quando se toma....como unidade de comprimento.

d. Meia milha vale 2640, quando se toma....como unidade de comprimento.

e. O quadrado, acima, será i[illegible]

[illegible] 1 1

[illegible]

unidade de comprimento.

g. Uma hora valerá 1, se tomarmos a....como unidade de tempo.

h. Uma hora valerá $\frac{1}{24}$, se tomarmos o....como unidade de tempo.

i. Uma hora valerá 60, se tomarmos o....como unidade de tempo.

Toda quantidade expressa um número maior ou menor de [illegible]

[illegible] milhas é igual a 9×1 milha; $10\frac{1}{2}$ milhas é igual

a $10\frac{1}{2} \times 1$ milha: $3\frac{3}{4}$ lb. é igual a $3\frac{3}{4} \times 1$ lb.

Para avaliar a área de uma superfície qualquer pelas suas dimensões, deve-se primeiro reduzi-las à mesma unidade, escolhendo uma unidade conveniente.

2. Substituir o traço pela palavra que falta:

a. Comprimento de um retângulo em....×....= área em pol. quadradas.

b. Comprimento de retângulo em....×....= área em pés quadrados.

c. Comprimento de um retângulo em jardas ×....= [illegible]

[illegible] =

[illegible]

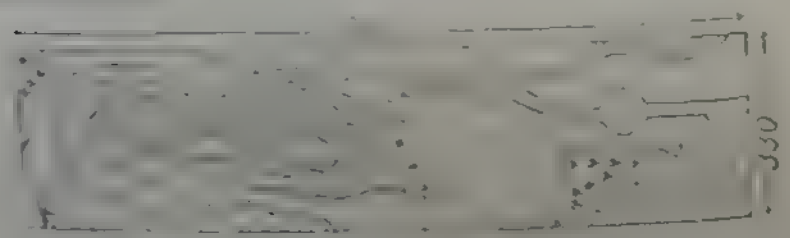
e. Base de um paralelogramo em milhas × alt. em....= área em.....

f. Base de um triângulo em pés $\times\frac{1}{2}$ de....=.... em pés quadr.

g. A média dos dois lados paralelos de um trapézio × a altura = área. Se as dimensões forem dadas em polegadas, a [illegible]

Se as dimensões forem dadas em pés, a [illegible]

Se as dimensões forem dadas em milhas, [illegible]



5. A que fração de milha quadrada é igual a área do parque abaixo?

Para achar a capacidade de uma caixa, caixão ou outro sólido qualquer, pelas respectivas dimensões, devem-se reduzi-las, primeiro, à mesma unidade de medida.

6. De quantos pés cúbicos será a capacidade de uma celha retangular de 10 pés de comprimento, 6 pol. de largura e 18 pol. de altura?

7. Uma pilha de lenha de 4×4×8 pés é eqüivalente a 1 cord de 4 pés de lenha. Quantos cords de lenha de 4 pés haverá em um volume de 4 pés de largura, 4 pés de alt. e 24 jardas de compr.?

8. Quantas jardas cúbicas de terra serão retiradas na escavação de um fôsso de 40 pés por 24 pés por 8 pés?

[illegible]

ficam as unidades de medida.

9. O Expresso de Mercadores percorre 220 milhas em 4 horas e 24 m. O Continental corre à velocidade de 1 milha por 80 segundos. Qual dos dois corre mais? Provar que a resposta dada está certa.

10. Helena pode somar 100 números de dois algarismos, em 245 segundos. [illegible] cidade de 30 por minuto. Qual das duas soma com maior rapidez? Provar que a resposta dada está certa.

REGRAS E EXPLICAÇÕES CIENTIFICAS VERSUS REGRAS E EXPLICAÇÕES CONVENCIONAIS

Os novos métodos distinguem entre as regras e explicações [illegible] plesmente cômodas, ou mesmo, meramente, usuais. Entre as [illegible]

[illegible]

Regras [illegible]

ras e universais. Dentre as últimas, podemos citar as regras relativas:

à ordem a obedecer na soma: primeiro as unidades, depois as dezenas, etc.;

à neces[illegible]

para somá-las.

Não é verdade que se deva começar pela coluna das unidades e transportar as reservas para obter um resultado exato. O processo seguinte

```
 88
 56
 97

220
 21

241
```

é perfeitamente aceitável e exato. Simplesmente, não é usado, provàvelmente por ser menos rápido.

Podemos achar o produto de 261 não sòmente pelo processo:

```
  475
  261

  475
 2850
 950
```

, mas de muitas outras maneiras.

Por exemplo, assim

```
[illegible]
[illegible]
1[illegible]
[illegible]
1[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
 70
  5

12[illegible]475
```

[illegible] pelo primeiro.

Não é indispensável reduzir $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{4}$ para somar $\frac{1}{4}$ [illegible]

A maior parte de nossos leitores, cremos, não faria a redução, se tivessem de efetuar tal operação. Sem dúvida procuraria logo, o total.

Se todos soubéssemos as combinações de subtração de $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$, como sabemos as de inteiros até 18 — 9, poderíamos efetuar todos os exercícios abaixo, sem reduzir os meios e os quartos a oitavos.

$$\frac{7}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{8}$$

Temos tanta necessidade da regra da redução de frações ao [illegible] "Ao somar números de [illegible] não porque [illegible] modo geral, é preferível seguir uma a outra [illegible]

os alunos raciocinem, quando os próprios mestres revelam tamanha irreflexão!

[illegible]

vações dedutivas; dando as razões aos alunos, no momento oportuno e em forma utilizável; organizando de tal modo o estudo [illegible] cínio no lugar que lhe cabe no aprendizado da aritmética.

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. Comparar as explicações relativas às divisões longas (*) com as explicações das páginas 52 — 58 e à da divisão por fração (Livro II, págs. 52 e 53) ver, também, as verificações às págs. 54 e 55.

2. Um menino perguntou ao professor por que devia [illegible] "Por- [illegible] a explicação? [illegible] 7.º ano, no mesmo [illegible] ângulos e de paralelogramos, exatamente a mesma explicação [illegible] no 6.º ano.

4. Quais das regras abaixo são parte importante da ciência aritmética? Quais não o são?

a. Escrevem-se os números em linha horizontal e traça-se [illegible] divisores dos nú- [illegible] Escrevem-se os [illegible] horizontal. Continua-se [illegible] multi- [illegible] E que longo, afinal, [illegible] a extensão da operação.

a divisão por um fator primo comum a dois ou mais números, até que todos os quocientes sejam primos.

b. Para dividir por qualquer número, pode-se multiplicar pela sua recíproca.

c. Para achar o volume de qualquer sólido, reduzem-se as três dimensões à mesma unidade de medida

d. Para dividir a moeda dos Estados-Unidos, divide-se o número como em divisão comum e coloca-se um ponto no quociente, [illegible] número do dividendo no qual se ache.

e. Quando o dividendo e [illegible] um número abstrato, o quociente e o dividendo são da mesma espécie.

f. Quando o dividendo e o divisor são multiplicados ou divididos pelo mesmo número, o quociente não se altera.

g. Regra para notação. Colocam-se [illegible] os algarismos de cada classe na respectiva ordem, preenchendo com zeros as ordens e as classes que faltem.

5. Examinar o [illegible] de razões e [illegible] icações. II, metade inferior [illegible] pág. 137 (*) II [illegible] 77, 78, 79, 114, 115 e 116 [illegible] os trabalhos [illegible] próprias atividades.

6. Comparar [illegible] prio para auxiliar a compreensão [illegible] Dizer em cada caso, qual dos dois parece mais útil.

A 1

Traçam-se no quadro negro linhas de 1, 10, 100, 50, 6 e 156 polegadas de comprimento.

(*) Daqui em [illegible] as referências à Aritmética de Thorndike estão indicadas [illegible] pelo número do volume, I, II, III, e número da página.

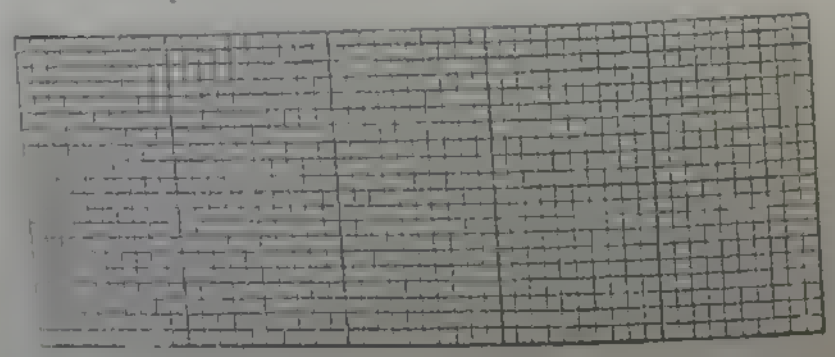
A 2

Dez dezenas formam uma centena
Cinco dezenas são cincoenta unidades
Seis unidades são seis unidades

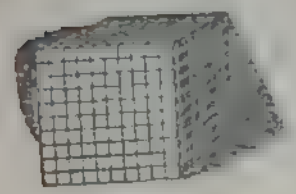
Uma centena Cincoenta Seis

B 1

Há mil quadrinhos nesta figura.



B 2



Há mil cubinhos nesta pilha

NÚMEROS NEGATIVOS

1. *A* está situado mais alto que *B*. Quanto?

2. Quanto mais alto do que *C*?

3. Do que *D*?

4. Do que *E*

5. Do que *F*?

6. Quanto está *D* mais alto do que *E*?

7. Do que *F*?

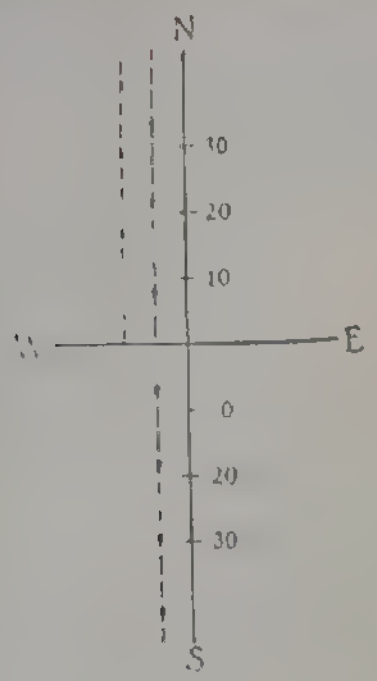
8. Quanto está *E* mais alto do que *F*?

9. Representar as posições acima do nivel do mar por + e as posições abaixo do nivel do mar por —. Assim: *M* está a + 42 pés, *R* está a — 36 pés. Quanto está *M* mais alto do que *R*?

10. *N* está a + 940 pés; *S* está a — 60 pés. Quanto se acha *N* mais alto do que *S*?

C 2

Um navio sai do ponto *O* [illegible] hora. Ao fim de quatro horas a que [illegible]



Outro navio, saindo do ponto *O*, navega durante quatro horas, rumo norte, a 10 milhas por hora; volta-se, então, para o sul e navega mais uma hora com a mesma velocidade. A que distância estará de *O*?

Designar a distância de *O* a *N* por + e a distância de *O* a *S* por —.

Se um vapor parte de *O* para o norte e, a 10 milhas, ruma para o sul, em cuja direção faz 90 milhas, onde se achará a esta altura?

Se um vapor navega de *O* para norte durante 3 horas, à velocidade de 15 milhas por hora e, então, ruma para o sul e navega durante 4 horas, à mesma velocidade, a que distância se achará de *O*?

CAPÍTULO IV

A FORMAÇÃO DE HÁBITOS E OS EXERCÍCIOS DE REPETIÇÃO

REPETIÇÃO VERSUS MOTIVAÇÃO

Os velhos métodos punham grande fé na mera freqüência [illegible] nos recitavam as suas tabuadas, [illegible] vezes. Ouviam e viam que 7 + 9 = 16, 6 × 8 = 48, sempre [illegible] de tais repetições, não formavam coo[illegible] [illegible] uma menina que, ao fim de poucas [illegible] casual, incidental, associou os [illegible] ndiscípulos às respectivas [illegible] cinco [illegible] Por que um menino que, em dois [illegible] aprendera [illegible] [illegible] tabuadas de multiplicar e de [illegible]

Porque alguma [illegible] necessário, [illegible] para o êxito [illegible] chamar interêsse e [illegible] aquelas coordenações [illegible]

[illegible]

conexões mentais.

A Lei do Exercício, assim enunciada: O uso fortifica e o desuso enfraquece as conexões mentais.

E a Lei do Efeito, assim enunciada: As conexões acompa- [illegible] recimento, tendem a enfraquecer-se.

[illegible]

É muito mais poderosa a conexão ativa de dois fatos do que [illegible] que se torna pela atitude passiva de ouvir enunciá- [illegible] Por exemplo, se, para fazermos que [illegible] fatos que tenha de aprender, tomamos um cartão, cobrimos com êle as [illegible] acompanham o exercício e o entregamos a [illegible] [illegible] a operar com as partes aliquotas de um cento.

Se tentamos aprender um jôgo de uma só vez, nada apren-

(*) [illegible]

$$\text{cumprimento} = \frac{22}{7} \text{ do diâmetro}$$

cada uma das quais pode, havendo sido aprendida em forma apropriada, auxiliar o conhecimento das demais. Aprendida em forma apropriada significa, aqui, aprendida em relação com os fatos já conhecidos e pronta a relacionar-se com o novo fato a aprender. Assim, ninguém que estivesse no uso da razão, ensinaria indiscriminadamente, na primeira lição sôbre a multiplicação, 2×3, 8×5, 14×9, 9×7, 10×40, 6×60, e 4×7. Procuram-se lançar juntos no espírito do aluno fatos que se relacionem necessàriamente. Ora, esta regra presta-se a largas e engenhosas aplicações. Se pudermos lançar no espírito do aluno "três vezes 9 — = 27," "27 e 9 — quanto?" e "9, 18, 27, 36," de modo que se mantenham vigilantes no subconciente do aluno, prontos a auxilia-lo, quando êle mesmo se interrogar "quatro vezes 9 — quanto?", a resposta $4 \times 9 = 36$ terá, assim, probabilidade de ser aprendida mais fàcilmente, articulando-se no sistema e facilitando, por seu turmo, nova conexão. O tempo gasto em entender os fatos e refletir sôbre êles é tempo duplamente economizado, pela mais fácil memorização que daí decorre. Quasi todos os conhecimentos de aritmética deveriam ser tratados como um sistema (*) de fatos arganizados e inter-relacionados.

Em alguns casos, a causa da incapacidade de provocar facilmente novas conexões acha-se muito longe, no início do aprendizado. Se, por exemplo, uma criança não recebeu uma noção real da significação dos números, se não é capaz de dizer que os alunos de sua classe são ao todo 20 ou 40 ou 60 ou 80, ou diz, como sucede muitas vezes, que uma jarda tem 15 ou 55 polegadas em vez de 36, ou escolhe 10 centavos e 10 centavos e 10 centavos de preferência a 70 centavos, compreende-se que a tabuada de [illegible] sílabas absurdas, difíceis de aprender e quasi impossíveis de reter [illegible] [illegible] a operar com as partes aliquotas de um cento.

Se tentamos aprender um jôgo de uma só vez, nada apren-

[illegible] que é pior, podemos vir a considerá-lo acima de nós [illegible] a tomar a atitude prejudicial de [illegible] com medo de que vai errar e fracassar. Se, ao invés [illegible] o aprendizado do mesmo jogo por um processo [illegible] aos anteriores, ate[illegible] o êxito desejado.

[illegible] para um problema [illegible] uma divisão longa [illegible] uma pequena [illegible] ano [illegible] divisão de [illegible] para uma [illegible] um hábito [illegible] formação [illegible] hábito. [illegible] uma tarefa comparável a de uma [illegible] resultado no aprendizado de um jogo complexo. Da [illegible] nos últimos quarenta anos [illegible] conhecendo [illegible] um hábito [illegible] a montar hábitos, hábitos [illegible] até mesmo hábitos num só. Deste modo tornado [illegible] prazer em aprendê-lo.

Assim, nos novos métodos, encontramos "drills" que exer- [illegible] do quociente para [illegible] na habilidade de colocar a vírgula, [illegible] em mostrar por meio de exer- [illegible] como se mostra abaixo:

[illegible] quocientes e os restos. Pode acontecer, alguma vez, que você [illegible] em algum algarismo do quociente. Então, procure [illegible] forte ou fraco e substitua-o: faça o possível para acertar da primeira vez.

11.	817|26	Em 81 há 3 vezes 28 ou só 2?	17.	1249|312	Experimente 4. Por que dá 3?
12.	992|47	Em 99 há 2 vezes 47 ou só 1?	18.	375|151	Vai experimentar 3 ou 2?
13.	538|27	Em 53 há 2 vezes 27 ou só 1?	19.	375|123	Vai experimentar 3 ou 2?

14.	476|17	Em 47 há 3 vezes 17 ou só 2?	20.	650|225	Vai experimentar 3 ou 2?
15.	1062|358	Experimente 2 no quociente. Por que pensa que dá 2 e não 3?	21.	425|25	Vai experimentar 2 ou 1?
16.	276|139	Experimente 1. Por que não dá 2?	22.	470|15	Vai experimentar 4 ou 3?

(*Sem lapis.*)

1. O quociente de 302175|395 é 765.
   - *a.* Dizer o quociente de 30,2175|3,95.
   - *b.* Dizer o quociente de 30,2175|39,5.
   - *c.* Dizer o quociente de 30,2175|0,395.
   - *d.* Dizer o quociente de 3021,75|3,95.
   - *e.* Dizer o quociente de 302,175|39,5.
   - *f.* Dizer o quociente de 3021,75|395.

2. Dizer os quocientes. Tomar cuidado com a vírgula.

A.	B.	C.
256864|349	*580272|924*	*308750|475*
736 é o quociente	*628 é o quociente*	*650 é o quociente*
2568,64|34,9	5802,72|9,24	30,8750|0,475
256,964|0,349	58,0272|0,924	308,750|4,75
2,56964|3,49	5802,72|92,4	[illegible]
25,6964|3,49	58,0272|0,924	[illegible]

25,6864|34,9	5,80272|0,924	30,8750|4,75
2,56864|0,349	5802,72|92,4	3,08750|0,475
[illegible]	[illegible]	[illegible]
256,864|349	58027,2|924	308,750|47,5

"POR CENTO DE" SIGNIFICA "VEZES CENTÉSIMOS"

1. Ler e escrever os números que faltam:

a. 5 por cento de 30 significa $\frac{5}{100}$ de 30 ou 0,05 × 30 ou...

b. 6 por cento de 30 significa $\frac{6}{100}$ de 30 ou 0,06 × 30 ou...

c. 12 por cento de 50 significa $\frac{12}{100}$ de 50 ou 0,12 × 50 ou...

d. 95 por cento de 100 significa 0,95 × 100 ou...
e. 4 por cento de 25 significa... × 25 ou...
f. 8 por cento de 120 significa... × 120 ou...
g. 15 por cento de 30 significa... × 30 ou...
h. 18 por cento de 1000 significa... × 1000 ou ..

ESPECIALIZAÇÃO DE HÁBITOS

Uma coordenação aritmética, seja entre 6 × 7 e 42, pode [illegible]-se perfeitamente, dada a manutenção das mesmas con- [illegible] a sua formação [illegible] pode repro- [illegible] se prejudicar de todo, se [illegible] alteradas. O aluno [illegible] 6 × 7 = [illegible] pode errar em 378 onde

6,

e [illegible] observar de memória a reserva 4 para adicioná-la [illegible] Pode ficar confuso pelo fato de [illegible] resultado obtido de 6 × 7, e ter [illegible] uma parte do resultado achado e guardar a

outra de memória para uso posterior. Assim, a habilidade de somas 3 + 9 = 12 não implica a de somar 13 + 9 = 22 ou 23 + 9 = 32. Até mesmo, algumas vezes, acontece que um aluno que não encontra a mínima dificuldade em somar 5 a 6,

5

quando está vendo o 6, fica embaraçado, tendo de somar 2 onde

4

não vê o 6, apenas o tem em mente.

Teòricamente, qualquer alteração nas condições que acom- [illegible] pode perturbar a sua reprodução. E a experiência atual veiu mostrar que as alterações das condições que acompanham a formação de tais conexões, às quais os velhos métodos não prestavam atenção, interferem, muitas vezes sèriamente, na atuação das coordenações e hábitos formados. Por isso, os novos mé- [illegible] da alteração de tais condições, estabelecendo uma regra que auxilie, tanto quanto possível, a adaptação do hábito às novas circunstâncias. Algumas vezes torna-se necessário maior auxílio, como por ex., quando se tem de estender às operações com dezenas mais altas, o hábito de reagir corretamente às combinações [illegible] tação, uma leve variante de exercício, como o uso de 3 + 3 = 6 para responder à pergunta "duas vezes 3 = ?" ou 4 + 4 = 8 para responder a "duas vezes 4 = ?"

Importa efetuar em cada caso, prática especial e na quantidade exatamente necessária; e ainda, o que é mais importante: efetuá-la de maneira correta. Consideremos, por exemplo, a ne- [illegible] usar as coordenações fundamentais da multiplicação, 1 × 1 a 9 × 9, isoladamente e a de usá-las em exercícios semelhantes a

72) 648
4 9

—, [illegible] etc.

Consideremos os dois métodos seguintes:

A. Dar logo os últimos exercícios [illegible] necessidade de observar as [illegible]

[illegible] que é preciso fazer com o produto obtido, [illegible] exercício como: "Multiplique cada um dos números 6, 4, 3, 9, 2, 5, 7, 1, 8 por 7 e some 2 ao produto. Multiplique cada um deles por 5 e some 3 ao produto," etc.

B. [illegible] os exercícios [illegible] nos seguintes [illegible] 7) + 3 (5 × 9) + 8, (6 × 8) + 4, [illegible] 729 [illegible] 8 [illegible] exercício como [illegible] 4 [illegible] 9 etc. [illegible]

O método B é defensável mas não é tão bom, como o método A, por incluir o cálculo do número parcial, que é tido para nada, como se pertencesse, com os novos hábitos, [illegible]. Além de que no segundo método, o número a [illegible] está sempre diante dos olhos, enquanto no primeiro, com A, não o está, o que se aproxima muito mais do processo real da multiplicação, em que se tem de conservá-lo de memória.

C. Permitir que o aluno escreva a reserva [illegible] do produto parcial ao qual deve ser somado, para evitar o esforço de ter de recordá-la.

Isso no todo parece muito pior do que A e B. É admissível, em casos, o uso de tal "muleta", [illegible] porque [illegible] que se o aluno [illegible] multiplicação [illegible] permanecer [illegible] contínua a [illegible] por muito tempo, [illegible] de pouco ao trabalho de formar o número [illegible], e muito menos [illegible] a uma dificuldade [illegible] que [illegible] alguma, mas tarde, ao aluno [illegible] transitório [illegible] correto, acrescento que o uso extensivo da [illegible] muletas de multiplicadores de dois e três algarismos, obriga os [illegible] a [illegible] esforços, porque tem de distinguir os algarismos do produto parcial,

que [illegible] trabalho.

[illegible]

[illegible]

COMPRA DE MATERIAL PARA CORRESP

Lapis, 2 $ cada um.
Canetas, 3 $ cada uma.
Borrachas, 1 $ cada uma.
Tinta, 5 $ o vidro.

Envelopes, 6 $ o pacote.
Lapis de côr, 7 $ a caixa.
Blocos, 8 $ cada um.
Cadernetas, 9 $ cada uma.

Escrever os números que faltam:

A.

[illegible]

B.

[illegible]

C.

[illegible]

UMA CORRIDA DE RESPOSTAS

[illegible] que faça um jôgo, uma *corrida*, para ver quantas respostas certas cada um é capaz de dar em 60 segundos.

A.		B.		C.	
12—	vezes 2	16—	vezes 2	19	[illegible]
12	vezes 3	16	vezes 3	[illegible]	
12	vezes 4	16	vezes 4	[illegible]	
12	vezes 5, r	16	vezes 5	[illegible]	
12	vezes 6	16	vezes 6, r	[illegible]	
12	vezes 7, r	16	vezes 7, r	[illegible]	
12	vezes 8, r	16	vezes 8	[illegible]	
12	vezes 9, r	16	vezes 9, r	[illegible]	
13	vezes 2, r	17	vezes 2, r	20	vezes 2
13	vezes 3, r	17	vezes 3, r	20	[illegible]
13	vezes 4, r	17	vezes 4, r	20	[illegible]
13	vezes 5, r	17	vezes 5, r	20	[illegible]
13	vezes 6, r	17	vezes 6, r	20	[illegible]
13	vezes 7, r	17	vezes 7, r	20	[illegible]
13	vezes 8, r	17	vezes 8, r	20	[illegible]
13=...vezes 9, r...		**17=...vezes 9, r...**		**20=...vezes 9, r...**	
14	vezes 2	18	vezes 2	21	[illegible]
14	vezes 3, r	18	vezes 3	21	[illegible]
14	vezes 4, r	18	vezes 4, r	21	[illegible]
14	vezes 5, r	18	vezes 5, r	21	[illegible]
14	vezes 6, r	18	vezes 6	21	[illegible]
14	vezes 7	18	vezes 7, r	[illegible]	[illegible]
14	vezes 8, r	18	vezes 8, r	21	[illegible]
14	vezes 9, r	18	vezes 9	21	[illegible]

QUOCIENTES E RESTOS

Procurar os quocientes e os restos de cada uma das contas:

A.	B.	C.	D.	E.	F.
22 [illegible] vezes 3, r. . .	25 6	28 9	32 8	36 8	40 9
22=. . . vezes 4, r. . .	25|7	29|3	32|9	36|9	41|5
22=. . . vezes 5, r. . .	25|8	29|4	33|4	37|4	41|6
22 [illegible] vezes 6, r. . .	25 9	29 5	33 5	37 5	41 7
22 [illegible] vezes 7, r. . .	26 3	29,6	33 6	37'6	41 8
22 [illegible] vezes 8, r. . .	26,4	29,7	33,7	37,7	41,9
22 [illegible] vezes 9, r. . .	26 5	29 8	33 8	37 8	42 5
23=. . . vezes 3, r. . .	26|6	29|9	33|9	37|9	42|6
23 [illegible] vezes 4, r. . .	26 7	30 4	34 4	38 4	42 7
23 [illegible] vezes 5, r. . .	26 8	30 5	34 5	38 5	42 8
23 [illegible] vezes 6, r. . .	26 9	30 6	34 6	38 6	42 9
23 [illegible] vezes 7, r. . .	27 3	30 7	34 7	38 7	43 5
23 [illegible] vezes 8, r. . .	27 4	30 8	34 8	38 8	43 6
23 [illegible] vezes 9, r. . .	27 5	30 9	34 9	38 9	43,7
24 [illegible] vezes 3	27 6	31 4	35 4	39 4	43'8
24 [illegible] vezes 4	27 7	31 5	35 5	39 5	43 9
24 [illegible] vezes 5, r. . .	27 8	31 6	35'6	39 6	44 5
24 [illegible] vezes 6	27 9	31 7	35 7	39 7	44 6

24 [illegible] . . . vezes 7, r. . .	28|3	31,8	35,8	39,8	44 7
24 [illegible] . . . vezes 8, r. . .	28,4	31,9	35,9	39 9	44,8
24 [illegible] . . . vezes 9, r. . .	28|5	32|4	36 4	40,5	44,9
25 [illegible] . . . vezes 3, r. . .	28|6	32|5	36'5	40,6	45'5
25=. . . vezes 4, r. . .	28|7	32|6	36,6	40'7	45 6
25 [illegible] vezes 5	[illegible]	32 7	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Repetir a página toda até conseguir achar todos os quocientes [illegible]

[illegible]

[illegible] $1\frac{1}{2}$?", "$\frac{3}{4}$ que parte é de $2\frac{1}{4}$?" Sabe que a expressão "que [illegible] hábito.

[illegible] vas conexões e tenha delas prática suficiente para [illegible] vigilância e atividade constantes.

DA QUANTIDADE E DA DIFERENCIAÇÃO [illegible]

[illegible]

TABELA N.º 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2		[illegible]	154	[illegible]	50	[illegible]	57	61	48	
12		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4	[illegible]	6	17	
24		[illegible]	[illegible]	68	[illegible]	4	[illegible]	[illegible]	26	
3		[illegible]	37	7	[illegible]	82	64	58	46	
13		[illegible]	42	[illegible]	[illegible]	32	20	[illegible]	18	
23		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4	27	9	30	
4		[illegible]	[illegible]	1[illegible]	1[illegible]4	84	81	61	47	
14		33	25	4[illegible]	22	35	21	[illegible]	[illegible]	
24		[illegible]	[illegible]	[illegible]	26	24	23	25	28	
5		[illegible]	[illegible]	11[illegible]	99	73	71	74	61	
15				[illegible]	9	28	29	[illegible]	14	
25		[illegible]	[illegible]	[illegible]	38	23	17	27	27	
		[illegible]	81	117	90	[illegible]	71	58	57	
16		[illegible]	1	31	[illegible]	[illegible]	11	22	11	
26			[illegible]	17	20	[illegible]	32	19	18	
[illegible]		[illegible]	67	305	[illegible]	19[illegible]	174	149	101	1700
[illegible]		[illegible]	91	238	[illegible]	170	118	169	88	1174
[illegible]		[illegible]	[illegible]	174	164	143	12[illegible]	11[illegible]	91	1491
[illegible]		[illegible]	185	233	183	126	136	121	142	1352
[illegible]		[illegible]	[illegible]	178	154	120	120	99	86	1[illegible]4
[illegible]		1 [illegible]71	611	11[illegible]4	969	755	671	587	471	[illegible]

[illegible] um perfeito ajustamento entre a quantidade de [illegible] e a sua distribuição, porque existem muitas [illegible] a atender. Por exemplo, quando se está experimentando um novo processo, os números usados em conexão com

um excesso

mento forçado em novas combinações, como

por um recente compêndio (A) de excelente reputação, Li-

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2		1							
3			1						
4			1						
		1	1	1					
5									
6				1		10			
7	1			1	1		5		
8						1	18	1	
9			2	1	1	1	23	1	173
10						1	17	124	91
11									
12		1	1			1		16	5
13			4	1		1	3	50	5
14					1	1	21		28
15						1	30	19	32
16						33	14	48	26
17									
18							17	36	21
19								27	29
20									19
Total			17	342	261	258	227	269	301

TABELA N.º 1

Frequência

Ha

adiantament

Vencedores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
10, 20, 30, 40, etc.	11	29	16	52	32	51	7	30	22	69
11, 21, 31, 41, etc.		1					1			
12, 22, 32, 42, etc.	47	97	5	13	9	21	11	24	19	17
13, 23, 33, 43, etc.	1	1						1		
14, 24, 34, 44, etc.	1	1					1			
15, 25, 35, 45, etc.		1		1						
16, 26, 36, 46, etc.		1								
17, 27, 37, 47, etc.		1	1							
18, 28, 38, 48, etc.		1	1							
19, 29, 39, 49, etc.	1							1	1	
Total	1					29	160	261	186	117

TABUA N.º 4

[illegible]tidade de prática: Conexões de multiplicação, de outro [illegible] repetição. Livros I [illegible]

[illegible]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	195	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	239	155	[illegible]
280	487	[illegible]	[illegible]	318	302	247	199	227	152	3109
186	375	398	[illegible]	[illegible]	265	197	163	159	93	2281
[illegible]	359	393	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	147	111	[illegible]
[illegible]	284	265	199	196	191	148	169	165	106	1923
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	121	[illegible]	[illegible]	[illegible]
137	272	292	175	192	164	158	157	126	126	1799
71	173	140	122	97	102	101	100	82	110	1098
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1836	[illegible]	1625	1073	

TABUA N.º 5

Quantidade de prática: Divisões sem resto. Compêndio B. Livros I e II

[illegible]	2	3	4	5	6	7	8	9	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Todos os múltiplos dos números de 2 a [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	61	[illegible]	[illegible]
[illegible] em sequência, a saber: 4 × 2 aparece [illegible] vezes, 6 × 2, [illegible] vezes; 6 × 3, [illegible] vezes, 9 × 2, [illegible] 124 vezes.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	40	[illegible]	[illegible]	22	30	33	16	451
	77	54	36	21	28	27	16	9	278
	[illegible]	51	[illegible]	28	17	13	22	16	[illegible]
	[illegible]	46	[illegible]	24	12	17	16	15	236
Totais	1753	[illegible]	817	499	275	217	319	142	[illegible]

$\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$, $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$, etc. Assim, também, certas coordenações como os produtos de 5, embora fáceis de formar, teem de ser muito repetidas, pelo uso freqüente que teem na vida.

[illegible]

não uma perda de cinco minutos

TABUA N.° 6

Conexões de divisão com resto e sem resto, Livro B

Todos os trabalhos do 6.° ano, exceto avaliação do quocientes de divisões longas

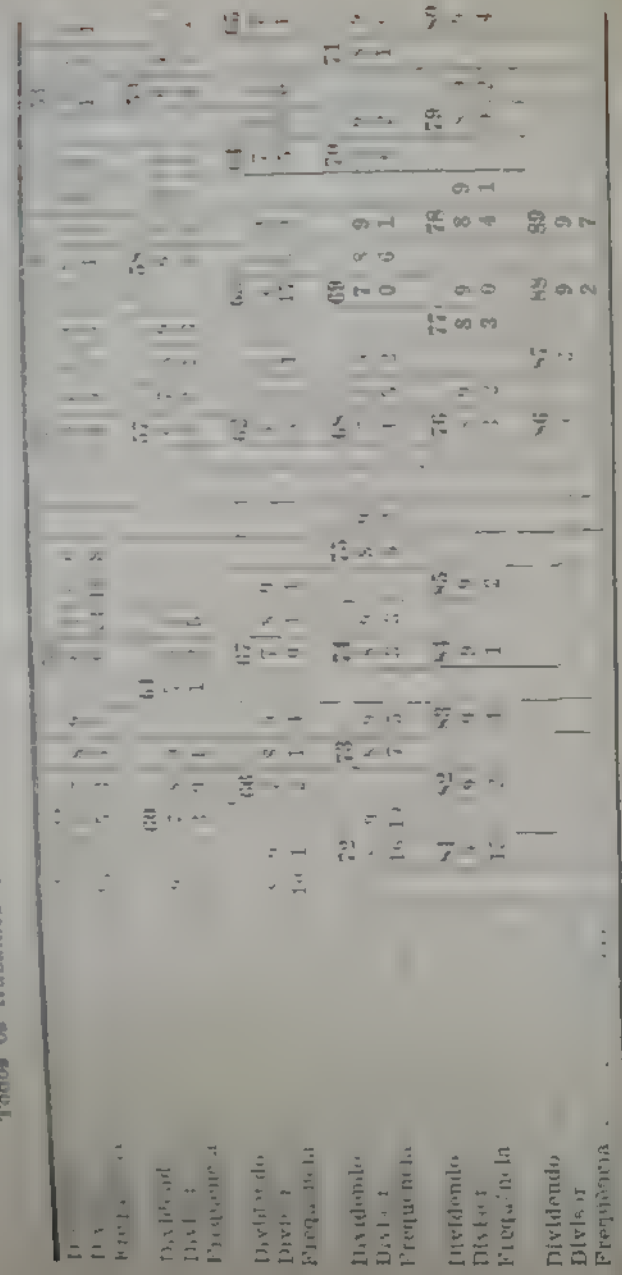
Dividendo	2		3			4				5					6								
Divisor	1	2	1	2	3	1	2	3	4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]			
Freqüência	41	[illegible]	27	[illegible]	24	26	[illegible]	[illegible]	1	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]			
Dividendo	7							8								9								
Divisor	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Freqüência	[illegible]	72	55	18	46	[illegible]	51	17	118	10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	69	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	10								11								12							
Divisor	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8	9
Freqüência	[illegible]	38	16	[illegible]	19	9	[illegible]	24	[illegible]	21	16	[illegible]	6	11	11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	13								14								15							
Divisor	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8	9
Freqüência	45	16	15	11	5	4	5	3	77	20	[illegible]	5	8	[illegible]	[illegible]	6	[illegible]	[illegible]	16	79	[illegible]	5	1	[illegible]
Dividendo	16								17								18							
Divisor	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8	9	2	3	4	5	6	7	8	9
Freqüência	[illegible]	11	[illegible]	11	6	9	98	3	61	9	15	11	6	6	[illegible]	3	[illegible]	4	13	6	[illegible]	7	7	[illegible]
Dividendo	19								20								21							
Divisor	2	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9		3	4	5	6	7	8	9	
Freqüência	21	6	10	5	4	4	10	1	24	86	65	11	3	[illegible]	[illegible]		[illegible]	12	8	5	[illegible]	[illegible]	5	

Dividendo	25							26								27					
Divisor	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	31	13	[illegible]	5	6	5	3	5	6	[illegible]	[illegible]	1	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	28							29								30					
Divisor	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	7	8	9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	[illegible]							[illegible]								[illegible]					
Divisor	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	[illegible]							[illegible]								[illegible]					
Divisor	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	[illegible]							[illegible]								42					
Divisor	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]							[illegible]								[illegible]					
Divisor	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Dividendo	[illegible]							[illegible]								[illegible]					
Divisor	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Freqüência	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

TABUA N.º 6 — continuação

Conexões de divisão, com resto e sem resto, Livro B.

Todos os trabalhos do 6.º ano, exceto avaliação do quocientes do divisões longas



A NOVA METODOLOGIA DA ARITMÉTICA

É antes o aprendizado deficiente das conexões difíceis e não o excesso de prática das conexões fáceis o defeito capital dos quatro casos citados.

Finalmente, devemos repetir que, para facilitar o aprendizado, é muito mais importante a hábil organização do trabalho e o interêsse que possa despertar do que a mera imitação quantidade de "drill".

É, entretanto, possível efetuar "drills" adequados, sem prejuizos nem sacrifício do interêsse ou da boa organização dos trabalhos ou ainda da excelência geral do ensino da aritmética. Os novos métodos veem tentando realizar isto.

Fig. 1

O melhor método de distribuição do exercício de determinada coordenação ou grupo de coordenações parece ser efetuar no início do aprendizado exercícios suficientes para formar a coordenação mais ou menos bem, e, depois, em quantidades cada vez menores, a longos intervalos, como mostra a fig. 1. Isto quanto ao aprendizado e fixação da própria coordenação. Há, porém, ainda a considerar a sua conexão com outras coordenações aritméticas e o seu uso em problemas práticos.

Os erros mais comuns em que, neste particular incorrem os professores e os compêndios de aritmética são:

(1) Efetuar prática excessiva no início do aprendizado
(2) Deixar intervalos demasiado longos sem prática.
(3) Deixar grupos de conexões muito isolados de outros com que se devem relacionar.

Se a maior parte do exercício for concentrado no início, não só a revisão se fará insuficientemente, como êsse início se poderá tornar tão monótono que o aprendizado se faça mecânica e, por conseqüência, improficuamente. Se os intervalos forem excessivamente longos, não só se perderá a própria coordena-

[illegible] dificuldades na formação [illegible]
ção, como [illegible]
outras coordenações em que o auxílio daquela seja necessário.
[illegible] correlações necessárias
[illegible]
[illegible] pode estabelecer
[illegible]
em novas emergências. Ficará apto a responder apenas às questões apresentadas exatamente na mesma forma em que hajam sido propostas pelo professor, capaz de aplicar a aritmética, sòmente quando restabelecidas as circunstâncias, sob as quais houver aprendido.

A distribuição apropriada da prática para cada uma das diferentes capacidades a serem desenvolvidas pela aritmética, torna-se, assim, uma tarefa delicada e complexa. Nessas condições, não se pode esperar que o professor a execute sòzinho. Se o compêndio ou o programa, que são os seus guias, o fizerem bem, seu ensino se tornará fácil e eficiente; se o compêndio e o programa forem falhos, não satisfazendo a todos as exigências do aprendizado, o seu ensino sofrerá com isso. E só poderá [illegible] falhos emitindo o excesso de prática em certos pontos e suprindo lacunas em outros.

A figura 2 mostra a distribuição da prática sôbre 5 × 5 nos dois primeiros volumes dos três da série E. O diagrama representa aproximadamente quatro anos de trabalho escolar, do começo do 3.º ano, mais ou menos, ao fim do 6.º. Cada 15 avos de polegada do comprimento da linha da base, representa dez páginas do compêndio em questão (a começar da primeira lição sôbre 5 × 5). Cada 225 avos de polegada quadrada da área sombreada representa o aparecimento de 5 × 5 uma vez. Presumindo que o aluno haja feito todos os trabalhos dados, isto [illegible] efetuado todos os exercícios contidos nas dez primeiras pá[illegible] nas dez seguintes, três vezes; [illegible] nenhuma; nas [illegible]

As figs. 3, 4, e 5 mostram pelo mesmo [illegible]

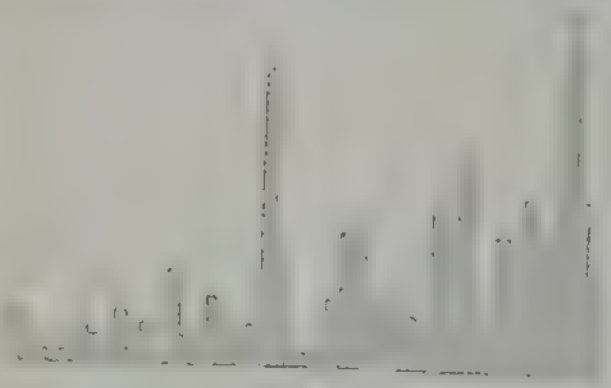


Fig. [illegible]

Nos [illegible] que [illegible]

Fig. 2

[illegible] Parece mesmo que nenhum dos quatro [illegible] geral esse aspecto tão importante do ensino pouca ou nenhuma [illegible]ção tem merecido dos velhos métodos.

Os novos métodos procuram distribuir a prática do melhor [illegible] possível, isto é, de modo conseqüente com os outros aspectos desejáveis do plano geral de ensino.

Temas para discussão

1. Além dos meios gerais empregados para suscitar um pela atividade mental e pela obtenção de resultados, dos motivos enumerados abaixo, concorreu para aju

Fig. 4.

satisfação à efetuação de cada um dos dez "drills" que guem? Para ganhar tempo, use as abreviaturas impres à esquerda dos motivos.

I, 7, metade superior; I, 140, 141, Secção 19; I, 180; 34; II, 49; II, 101; II, 238; III, 31; III, 136; III, 1

Fig. 5

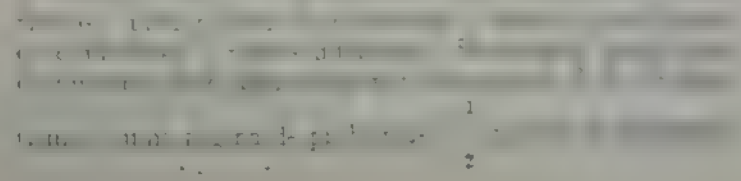
(1) I. [illegible]
(2) [illegible]
(3) [illegible]
(4) [illegible]
(5) [illegible]
(6) [illegible] outras crianças e pelo que [illegible] fazem

(7) Sec. Sociabilidade e ação de grupo
(8) C. I. Interêsse em competições individuais
(9) C. G. Interêsse em competições de grupo
(10) A. D. Interêsses de auto-direção

2. Em muitos casos, uma leve sugestão de competição, de corrida ou de jôgo, de um bem definido e possível padrão a atingir ou de uma legítima aplicação à vida, poderá ser acrescentada à satisfação provocada pelo êxito da aquisição ou aperfeiçoamento de uma capacidade. Qual a sugestão suscitada em cada um dos dez casos seguintes: I, 8; I, 31 e 33, Secção 51; I, 48; I, 118, 119; I, 213 ou 214; II, 46, metade inferior; II, 178; II, 221; III, 164, Ex. 5?

3. Que crítica se pode fazer a uma página de revisão da prática da multiplicação, distribuída do modo seguinte: 72 exemplos, 8 de números de 3 algarismos por números de 2 algarismos, 16 de números de 3 algarismos por números de 3 algarismos, 22 de números de 4 algarismos por números de 4 algarismos, 6 de números de 5 algarismos por números de 2 algarismos, 18 de números de 4 algarismos por números de 3 algarismos e 2 de números de 5 algarismos por números de 5 algarismos, dentre as quais o professor seleciona, apenas, os que julgue convenientes.

1. Que crítica se pode fazer ao seguinte modo de tratar as divisões longas, em uma revisão, por ex. do começo do 5.º ano? 1 página e $\frac{1}{4}$ de explicação; 54 exemplos, 18 de dividendos de 3 algarismos; 12 de dividendos de 4 algarismos; 24 de dividendos de 5 algarismos, sendo os divisores 11 ou 21 em 20 casos e 31, 41, 51, 61, 71 ou 91 nos demais; $\frac{1}{2}$ de página de explicações ulteriores; 18 divisões



[illegible]

5. [illegible] 1, 73. Qual o quanto hábito a acrescentar, para dividir por 7?

6. A especialização de que hábito se presta o ex. 1, pg. 199, Livro II? Que precaução foi tomada, ulteriormente, na mesma lição, para assegurar a correta atuação do mesmo? A tábua abaixo dá o número de vezes que aparecem, em quatro compêndios, inclusive todo o trabalho do 6.º ano, multiplicações com vários multiplicadores, exceto como foi notado.

X designa qualquer digito, exceto 0.
Assim XXX designa um multiplicador semelhante a 385 ou 419.
XXO designa um multiplicador do tipo de 330 ou 410.
XOX designa um multiplicador do tipo de 305 ou 409
XX designa um mulplicador do tipo de 47 ou 52.
XO designa um multiplicador do tipo de 20 ou 70.
XOO designa um multiplicador do tipo de 700 ou 500.

Os casos de multiplicação por 10 não são contados como XO: mas reúnidos, separadamente, numa coluna encimada por 10.

FREQUENCIA DE MULTIPLICAÇÕES COM DIFERENTES TIPOS DE MULTIPLICADORES

	XO	XOO	XX	XXO	XXX	XOX	10
A	[illegible]	56	725	75	155	33	[illegible]
B	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8	60	[illegible]	
C	[illegible]	[illegible]	[illegible]	27	[illegible]	[illegible]	57
D	[illegible]	[illegible]	[illegible]	33	91	[illegible]	[illegible]

[illegible] B [illegible] três grupos de material de [illegible] todo 9 p[illegible] de cal[illegible] multiplicações por XO, [illegible] XX [illegible] XXO [illegible] XXX e [illegible] por XOX [illegible] à 7ª questão. [illegible] foram levados em conta para o livro B

7. Qual dos quatro livros [illegible] tipo XX e XX[illegible]

Fig. 6.

8. Qual dos quatro parece oferecer mais razoável quantidade de prática sôbre multiplicadores do tipo XOX?
9. Os diagramas abaixo e os da pág. 106 representam a distri-

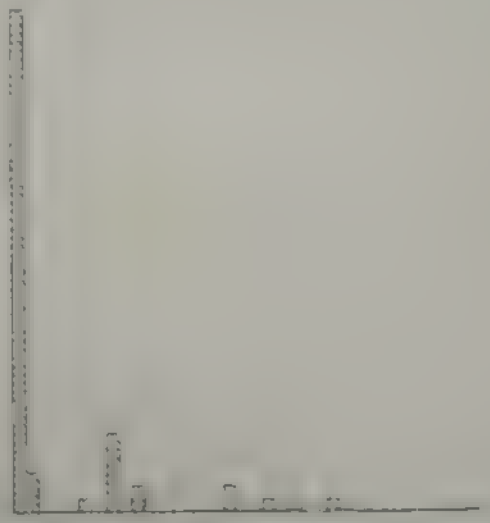


Fig. 7.

buição da prática com multiplicadores [illegible] quatro livros [illegible]

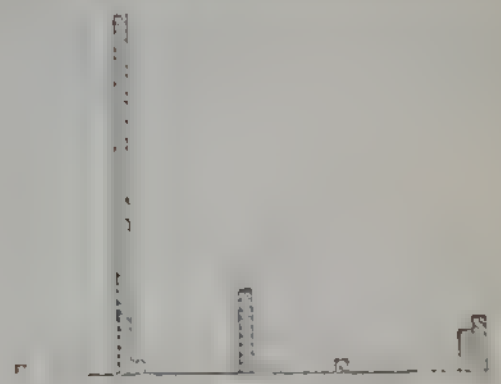


Fig. [illegible]

Fig. [illegible]

10. Como se explica que o livro C apresente ùnicamente [illegible] caso, um dos mais difíceis da multiplicação, semanas d[illegible] da época em que costuma ser ensinada?

CAPÍTULO V

ORGANIZAÇÃO DO APRENDIZADO

O VELHO SISTEMA

O velho esquema da organização do aprendizado da aritmética era bonito de olhar, mas muito difícil de aprender. Supunha-se que o aluno aprendia na ordem seguinte:

Inteiros
Leitura e escrita de inteiros
Adição de inteiros
Subtração de inteiros
Multiplicação de inteiros
Divisão de inteiros
Moeda nacional
Leitura e escrita da moeda nacional
Adição da moeda nacional
Subtração da moeda nocional
Multiplicação da moeda nacional
Divisão da moeda nacional
Frações ordinárias
Leitura e escrita de frações ordinárias
Redução de frações à expressão mais simples
Menor múltiplo comum
Adição de frações ordinárias e de números mixtos
Subtração de frações ordiná[illegible]
Multiplicação de fr[illegible]
Divisão de fraçõ[illegible]
Frações decimais

Leitura e escrita de frações decimais
onversão de frações [illegible] em decimais e vice-ve
Adição de decimais e números decimais mixtos
Subtração de decimais e números decimais mixtos
Multiplicação de decimais e números decimais mixtos
Divisão de decimais e números decimais mixtos
Números complexos
Redução de complexos em ordem ascendente e descendente
Adição de números complexos
Subtração de números complexos
Multiplicação de números complexos
Divisão de números complexos
Percentagem
Leitura e escrita de percentagem
Os "três casos" de percentagem:
I Multiplicação por percentagem
II Determinação da percentagem correspondente a um número
III Determinação do número correspondente a certa percentagem
[illegible] de percentagens à avaliação de juros, descontos, prêmios de seguro, taxas, dividendos, rendimentos de ações, etc.
Raiz quadrada e raiz cúbica
Extração da raiz quadrada e da raiz cúbica
Cálculo de áreas de certas superfícies e do volume de certos sólidos ou da capacidade ou conteúdo de certos recipientes.

Observando as dificuldades com que tinham de lutar [illegible], logo no início do aprendizado da primeira parte do programa, alguns professores, contra êle se vinham insurgir. "Por que", ponderavam, "deverá uma pobre criança que se principia a estudar, lidar com centenas, milhares e milhões não pode conceber fàcilmente essas quantidades e se nem [illegible] de saber que 2 e 3 são 5 e [illegible] exigir que dominem completamente

a soma de inteiros, antes de lhes ensinar a subtraír?" Mas imprudentemente exageravam e [illegible] zado em tôrno dos números de modo que os alunos deviam aprender todas as combinações possíveis de soma, subtração, multiplicação e divisão com o número 4, depois com o número 5, depois com 6, e assim por diante.

Outros professores, revoltados contra o defeito que permanecia no programa, de se colocarem no início do aprendizado coisas muito difíceis, deixando muitas bem fáceis para o fim, pensaram em remediar o mal. Mas estes, também, se extremaram em suas correções, traçando um novo sistema em "espiral" pelo qual o aluno aprendia primeiro um pouco de adição, subtração, multiplicação e divisão, depois um tanto mais e assim sucessivamente. O artificialismo e as restrições dêste programa eram quasi tão perturbadores para o aprendiz, quanto as dificuldades do primitivo, acrescidas da perda do mérito principal do velho sistema, que era o de conduzir cada parte do aprendizado a um objetivo definido.

FINALIDADE DA ORGANIZAÇÃO

Os novos métodos trataram, antes de tudo, de penetrar a crítica superficial e apanhar uma compreensão nítida da finalidade a que deve tender um plano geral de organização do estudo da aritmética e do critério ou "padrão" à luz do qual deve ser julgado. E chegaram à conclusão de que o objetivo principal a ter em mira deve ser o de facilitar o aprendizado, auxiliar a fixação do aprendido e a sua aplicação à vida. Seja o sistema bonito de ver no papel ou um belo inventário do conteúdo da aritmética, bom para figurar num catálogo de estudos, ou uma relação bem organizada pela qual um compendista possa assegurar-se de que nada foi esquecido em seu livro, ou ainda uma relação que [illegible] tudo isto tem relativamente alcance insignificante.

Houve entre os educadores uma infeliz paixão pela sistematização. Amavam o sistema pelo próprio gôsto de ordenar.

Estão, ainda, em uso livros de soletração em que se ensinam primeiro só palavras de uma sílaba, depois todas as de duas, [illegible] is as de três e assim por diante; ou em que se grupam aos pares palavras homófonas; ou em que se reúnem todas as abreviaturas comuns. Os livros de leitura costumavam começar com

ba	be	bi	bo	bu
da	de	di	do	du
fa	fe	fi	fo	fu

Os programas e os compêndios de aritmética não escaparam a esta nefasta paixão. [illegible] sistematização poderia diferir, para depois [illegible] aprendizado do complexo processo da divisão longa, o ens[illegible] de fatos como $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ou $\frac{1}{2}$ de $4 = 2$, de tão fácil com[illegible] dela, ou relegar para os últimos anos do curso primário noções como 12 pol. = 1 pé, 3 pés = 1 jd., 2 pts. = 1 qt., 4 qts. = = 1 gal. ou 7 dias = 1 semana; ou usar o cálculo de juros [illegible] beça para achar o membro escamoteado ao quarteto: capital, juros, taxa e tempo.

Contra esta tendência de *mera sistematização*, do sistema pelo próprio sistema, erigido em ídolo nas escolas, protestam com veemência os novos métodos. Depois de haver aprendido aritmética para si mesmo, talvez valha a pena ao aluno gastar algum tempo na organização "lógica" de seus conhecimentos, pelo prazer de mera contemplação, e mesmo um pouquinho mais com assuntos inúteis para a vida em geral, mas de algum interêsse para o preenchimento das lacunas que hajam ficado no conhecimento [illegible] Entretanto, em geral, um [illegible] e o aluno o aprendeu [illegible]

ORGANIZAÇÃO PARA O APRENDIZ

Uma disposição lógica da matéria, uma organização progressiva dos assuntos, como a do esquema das páginas 107 e 108, é muito bela, porém, grandemente prejudicial ao jovem aprendiz, que não pode apreciar a progressão para a qual o encaminham porque nem sequer sabe para onde deve ir, porque ne[illegible] percebe a simplicidade e o equilíbrio que tanto apre[illegible] num programa bem ordenado, pois que lhe são precisos seis anos ainda para completar o seu estudo! E quando chega lá pelo 8.º ano, provàvelmente, já não tem a mais leve lembrança se aprendeu a somar 1 e 3, antes de ter aprendido a dividir 400 por 40, ou 10×10, antes ou depois de haver aprendido $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Por êle, pelo aprendiz, custe o que custar, devemos romper a simetria da organização tradicional.

De fato, não há muito da simetria e da sistematização dos velhos planos nos programas, depois que os novos métodos os refundiram, adaptando-os às necessidades da criança. O que constituía um tópico unitário nos antigos programas, pode ser hoje dividido por todo o curso. Assim a redução ascendente e [illegible] em conexão com a multiplicação por números de dois algarismos e divisões longas [illegible] de números compostos.

Hoje se pode romper rudemente a integridade lógica de um tópico para lhe arrancar a parte que ali se acha encravada unicamente para completar o esquema, e que não constitue base para novos [illegible] e os juros.

Um tópico que constitue uma unidade do sistema matemático, pode ser separado em várias unidades de ensino. Por

[illegible] multiplicadores de três algarismos deve ser dividida em:

A. Multiplicação de multiplicadores sem zeros, como 463, 289, 372
B. Multiplicação de multiplicadores como 460, 280, 370
C. Multiplicação de multiplicadores como 400, 200, 300
D. Multiplicação de multiplicadores como 405, 209, 302

Também os casos de divisões longas em que aparecem zeros [illegible] um todos independentes, o seu estudo prolongado até que a última dificuldade seja vencida e o processo dominado por completo. Os professores devem acautelar-se de não propor exercícios ou problemas em que possa aparecer *0* no quociente, antes que tenha sido estudada esta dificuldade, que é a maior das divisões longas.

O ensino de um tópico geral, que poderia ser aprendido consecutivamente, sem grande dificuldade, pode ser interrompido, para a efetuação de exercícios que façam entrar as capacidades até então adquiridas em conexões apropriadas, preparando o terreno de maneira que, quando retomado o fio interrompido, cada nova capacidade aprendida dentro do tópico geral possa ser utilizada nas conexões estabelecidas imediatamente à sua aquisição. "Por exemplo, logo que as combinações de soma com resultados até 9 fiquem bem sabidas, [illegible] nar o aluno a aplicá-las a somas como

3	2	3	2	3	2	2
1	3	2	1	2	1	2
5	4	4	3	3	2	4

[illegible] com

23	22	12	21	12
12	31	52	33	12
14	33	11	15	65

antes de serem aprendidas as combinações 5 + 5, 6 + 4, 4 + 6, [illegible] combinações aprendidas. Por exemplo,

23	42	51	53	34	25
2	9	8	5	4	7

254	315	223	513	452	113	345
6	9	7	5	8	7	3

[illegible] multi- [illegible] em que [illegible] a [illegible] o que [illegible] a [illegible] Do [illegible] também, a [illegible] desta primeira fase do aprendizado e do [illegible] ses mais adiantadas.

Certa ordem pode mesmo ser adotada por mera variedade. Por exemplo, é aconselhável dar, muito cedo, no início do curso, uma noção de $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ em casos muito simples, pelo valor prático de tal conhecimento, [illegible] iação aos "drills" de [illegible] a variedade seja a única ou mesmo a razão principal para [illegible] mas é, muitas vezes, uma razão subsidiária.

(*) Esta forma particular de [illegible] adotado

Parte de um tópico pode ser deslocada do lugar em que [illegible] o ponto onde a capacidade adquirida pode [illegible] uso de outra capacidade ou ser por ela auxiliada. É esta uma [illegible] tradicionais [illegible] cada grupo de combinações da divisão ou "tabuada", paralelamente às multiplicações correspondentes. Desta forma, auxiliamente às multiplicações correspondentes. Desta forma, auxiliamente [illegible] à aquisição do novo conhecimento e também à verificação, pelo novo pro- [illegible] binações de 11 e 12 vezes 2, 3, 4, etc. e de 2, 3, 4, etc. vezes 11 e 12 deveriam ser removidas do início do aprendizado da tabuada de multiplicar para o das multiplicações e divisões longas. [illegible] tabuadas, pois que se trata de combinações especialmente [illegible], e facilitaria muito o aprendizado das multiplicações e das divisões "longas", desde que, para facilitar os processos essenciais, se empregassem exercícios que contivessem um mínimo de dificuldade, como $\underline{11}$, $\underline{12}$ e $462 \underline{|11}$, $396 \underline{|12}$. Todos os produtos de 2, 3, 4, etc. vezes 12 deveriam ser ensinados, mais [illegible] com a dúzia, e os seus [illegible] por 2, 3, 4, etc. [illegible] 1 a 10 [illegible] de 12 [illegible] de 11 [illegible]

[illegible] $\frac{1}{2}$ de" 2, 4, 6, 8, etc.

associada à tabuada de dividir, porque os problemas sôbre o custo de frações de jarda de tecido, de libra de carne, peixe, manteiga, queijo, açúcar, etc., exigindo cálculos com $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, etc. requerem o uso fácil desta forma de enunciar uma divisão, que, com outros números, pode também ser usada [illegible] inteiro por fração.

[illegible] o tópico em estudo? [illegible] como de costume, o amor à sistemati[illegible] professores. Inseriam apenas, aqui e ali, "Revisões", onde os alunos refaziam o que haviam feito anteriormente. Tais revisões eram meras repetições.

[illegible] muito mais alto do [illegible] trabalho pelos mesmos processos.

[illegible] inquirem das capacidades que necessi- [illegible] É óbvio, por exemplo, que as [illegible] combinações de soma e as somas de [illegible] números [illegible] que, em [illegible]

de qualquer capacidade deve considerar todos os usos feitos da dita capacidade até êsse momento. As revisões não devem ser feitas indiscriminadamente. Algumas capacidades exigem poucos exercícios de revisão; outras nenhum. O número de revisões e o intervalo que deve medear entre uma e outra, difere de capacidade a capacidade. Qualquer sistema geral de revisão, qualquer plano preestabelecido, será mau.

Em segundo lugar, os novos métodos empenham-se em fazer, se possível, algo melhor do que repetir o mesmo trabalho, do mesmo modo. Considerando, de um lado que o aluno se desenvolve continuamente, sendo, portanto de presumir que vá tendo sempre novos conhecimentos de aritmética e, segundo o que se disse no capitulo III, maior capacidade para compreender as razões dos processos e da teoria geral da matéria, e que a variedade e o interêsse teem as suas exigências; e, de outro lado, que as revisões podem servir para "integrar" velhos hábitos, para facilitar o novo aprendizado e para mostrar inter-relações e novas aplicações, os novos métodos tratam de fazer revisões adaptadas às aptidões do aluno e às suas necessidades e de apresentar-lhe a dificuldade tão hàbilmente, quanto o fizeram por primeira vez.

É difícil exemplificar convenientemente, estes pontos, visto que a natureza e o valor de uma revisão só podem ser devidamente interpretados, quando conhecida a natureza e a quantidade de todo o trabalho relativo anterior. Para demonstrá-lo seriam [illegible] páginas. Portanto pode-se ter uma idéia da maneira pela qual a nova teoria de revisão atua na prática, [illegible] páginas 117, 118, 119, 120 e 121.

A primeira é uma revisão da tabuada de multiplicar, apresentada com uma alteração para adaptar-se ao modo por que é usada na multiplicação de números de dois ou mais algarismos. Dá-se no fim do 3.º ano.

I

3 9 5 7 2 6 8 1 4

1. [illegible] cada um dos números dados por 6 e somar 2 ao [illegible]

2. Multiplicar cada um [illegible] por 7 [illegible]
3. Multiplicar cada um por 8 e somar 4 ao produto.
4. Multiplicar cada um por 9 e somar 5 ao produto.
5. Multiplicar cada um por 5 e somar 6 ao produto.
6. Multiplicar cada um por 4 e somar 7 ao produto.
7. Multiplicar cada um por 3 e somar 2 ao produto.

[illegible] 9 e de certas subtrações de frações [illegible] de médias. Servem para o fim do 4.º ano. O velho material é assim apresentado sob nova feição.

II

1. Em dezembro, a média exata de Helena foi de $87\frac{1}{3}$. A de Catarina de $84\frac{1}{2}$. Quantos pontos está Helena acima de Catarina?

$87\frac{1}{3}$ Que sabe a respeito de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$?

$84\frac{1}{2}$ Que sabe a respeito de $1\frac{1}{6}$?

Que deve fazer ao 4?

2. [illegible] média de cada menina. Escreva as respostas claramente, de modo que possa [illegible] facilidade, pois terá de aplicá-las à resolução dos problemas 3, 4, 5, 6, 7 e [illegible]

[illegible] *Luiza Maria Nell Rebeca*

Leitura	91	87	86	81	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Linguagem	88	78	82	7[illegible]	73	78	[illegible]	[illegible]
Aritmética	80	85	71	74	84	87	[illegible]	8[illegible]

Soletração	90	79	75	80	82	91	68	81
Geografia	91	87	83	75	78	85	73	70
Escrita	90	88	75	72	93	92	95	78

3. Qual das meninas obteve a média mais alta?
4. Quantos pontos a média desta menina é mais alta do que a média imediatamente inferior?
5. Qual a diferença entre as médias das meninas que ficaram no primeiro e no último lugar?
6. A media de Elma é superior ou inferior à de Luiza? Quanto?
7. Qual a diferença entre as médias de Alice e Dora?
8. Que diferença há entre as médias de Maria e Nell?
9. Com as notas acima, formule cinco problemas sôbre médias e resolva-os.

A terceira é uma revisão do uso de sinais e de algumas das combinações mais difíceis de soma, subtração, multiplicação e divisão, de multiplicações por 10 e múltiplos de 10, do processo de avaliação da fração de um número, quando êste é múltiplo do denominador da fração e do processo da adição e subtração de frações. É arranjada de maneira a favorecer a fixação permanente de certos fatos como $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$, $100 \div 25 = 4$, $\frac{1}{2}$ [illegible]

III

(Sem lapis)

1. Dê em 2 minutos todas as respostas que puder:

A	B	C	D	E
19 [illegible]	[illegible]	$\frac{1}{2}$ de [illegible]	[illegible]	[illegible]
16 [illegible]	16 7	12 [illegible]	10 [illegible]	[illegible]
[illegible] 7	6 7	[illegible]	[illegible]	
14 8	1	$\frac{1}{4}$ de [illegible]	[illegible]	
[illegible] 6 [illegible]	2	$\frac{3}{4}$ de 12	4 4	1
[illegible] 8 [illegible]	1 1	[illegible]		
[illegible] 6	2 2	$\frac{3}{4}$ de 36	4 4	1
[illegible] 8	81 [illegible]	[illegible]	1 [illegible]	[illegible]
	35 + 8 =	30 × 12	1	[illegible] de
	80 ÷ 20 =	56 ÷ [illegible]		
		7 × [illegible]	1 1	2

Pratique até conseguir acertar as cinco colunas, em 2 minutos.

[illegible]

IV

(*Sem lapis*)

1. Em quais dos pares de números abaixo, ambos teem o mesmo valor, isto é, representam a mesma quantidade?

		l. \$.001	$\frac{1}{10}$ de centavo
		m. $1\frac{5}{8}$	1[illegible]
		n. $3\frac{1}{4}$	[illegible]
		[illegible]	[illegible]
		[illegible]	860
	32 [illegible]	0,45	8,00
	32 [illegible]	0,45	0,450
			0,045
		0,33	1
. 0146,3 mi.	146,30 mi.		3
i. 018,7 mi.	180,7 mi.	$\frac{1}{4}$	0,25
j. $66\frac{2}{3}$ ¢	\$ [illegible]	1	$\frac{1}{16}$
			$\frac{3}{4}$
		6	5
		0,1	

2. [illegible] Quando encontrar dois [illegible] Se precisar de [illegible]

3. [illegible] cada uma das *igualdades* ou forma de indicar duas quantidades iguais. Se for [illegible] "verdadeira". Se não for, escreva "falsa".

[illegible]

b. 0,08 — 0,09 = 0,017

[illegible]

c. \$$\frac{3}{8}$ = 375 cents.

[illegible]

e. $9 \div \frac{3}{2} = 9 \times \frac{2}{3}$

g. $\frac{1}{3}$ de 24 = $24 \div \frac{1}{3}$

i. 100 × 0,46 = 46

j. A recíproca de $3\frac{1}{2}$

ORGANIZAÇÃO SEGUNDO AS NECESSIDADES DA VIDA

[illegible] organização da matéria bem [illegible] da aritmética, do ponto de [illegible] ao aprendizado. Retornamos, [illegible] ização da matéria [illegible]

[illegible] la natureza dos p[illegible] a vida corrente, não [illegible] m combinações aritmé[illegible] da aritmética em [illegible] que requerem solução numérica de o ponto em que [illegible]

zê-lo, sem prejuízo do aprendizado dos fatos e princípios puramente aritméticos.

São desta natureza os exercícios que apresentamos ao fi[illegible] 123 [illegible] 124 [illegible] do [illegible] inteiros e de alguns casos muito simples de [illegible] dinárias. Devem ser dados ao 3.º ano, após a revisão do aprendizado do uso do relógio.

Para o quarto ano, as situações sugeridas pelos títulos de lições ou grupos de lições, que apontamos abaixo, podem constituir ótimos centros de exercício.

1. Atividades de férias
2. Material escolar
[illegible]. Jôgo de distância
[illegible]. Jôgo de economia
[illegible]. Telegramas, expressos e registados
[illegible]. Jôgo do "Caixa"
[illegible]. Plantas de casas
[illegible]. Desenho em escala
[illegible]. O horário escolar
[illegible]. Pesagem
[illegible]. Compra de doces
[illegible]. Pontos e médias escolares
53. Escrituração
54. Compra de frutas
58. O pomar de Henrique
60. Como Lewis ganha dinheiro
61. Como Elsa ganha dinheiro
67. No mercado de peixe
72. Uma festa de Natal
74. Ganho e economia
79. No açougue
87. Compras por atacado
98. Boletins
99. Ganho e economia

Quantas horas levará o ponteiro pequeno para andar...

1. [illegible] 11 [illegible]
2. Das 6 da manhã às 3 da tarde?
3. Das 8 da manhã ao meio dia?
4. Das 8 da manhã às 5 da tarde?
5. Toda a volta, do meio dia à meia noite?
6. Da meia noite ao meio dia e depois outra vez até meia noite? Da meia noite ao meio dia e de novo até a meia noite faz 1 dia. Quantas horas tem um [illegible]
7. [illegible] 2 horas [illegible]
8. [illegible]
9. [illegible] 1 hora da tarde, [illegible] 2 horas da tarde. 14 horas [illegible]

23 horas. Como chamam às 5 da tarde? Como chamam às 9 da noite?

10. Na maior parte das estradas de ferro, as horas que vão da meia noite ao meio dia, chamam-se: 1 A. M., (*) 2 A. M., 3 A. M., etc., e as que vão do meio dia à meia noite, 1 P. M., 2 P. M., 3 P. M., etc. Quanto tempo tem de andar o ponteiro pequeno para ir das 5 A. M. às 7 P. M.? Das 9 A. M. às 4 P. M.? Das 3 A. M. às 7 P. M.?

Seguem-se exercícios sôbre $\frac{2}{3}$ de 12, $\frac{3}{4}$ de 12, $\frac{5}{6}$ de 12 e $\frac{1}{2}$ de 12.

1. Quantos minutos leva o ponteiro pequeno para ir das 2 às 3? Das 2 às 4?
2. Das 2 às 9? Das 12 às 12? das 12 à 1? Das 12 às 2? Das 12 às 8?
3. Que parte da hora são 30 minutos? Quantos minutos fazem $\frac{1}{6}$ de hora ou um sexto de hora? Que parte da hora são 15 minutos? Quantos minutos há numa hora e meia?
4. Quantos minutos há em $\frac{3}{4}$ de hora ou tres quartos de hora? Em meia hora?
5. [illegible] mãe de Dick disse-lhe: "Você deve [illegible] de um quarto de hora." A que ho[illegible]
6. [illegible] minutos, ela lhe disse: "Você só pode [illegible] de hora." A que horas devia o me[illegible] dia?
7. [illegible] "Você deve [illegible] A que horas [illegible]
8. [illegible]

(*) [illegible] A. M. = ante meridiem P. M. [illegible]

disse a mãe de Will. Até quando?" perguntou Will. Até que horas?

9. Quantos minutos vão das 9.40 A. M. às 10 A. M.? [illegible] 3.25 P. M.?

10. [illegible]s 3.48 P. M. ou 12 para as 4 P. M. às 4.09 P. M. ou 4 e 9 minutos? Das 9.52 ou 8 para as 10 às 10.07 ou 10 e 7 minutos?

11. Quantos são ao todo $\frac{3}{4}$ de hora e $\frac{1}{3}$ de hora?

12. Quantos são ao todo $\frac{1}{4}$ de hora e $\frac{1}{4}$ de hora?

[illegible]ções organizadas em tôrno dessas situações de vida ocupam cêr[illegible] [illegible] pelas [illegible] pretendi[illegible] [illegible] processos, outras [illegible] tudo, principalmente o "drill" necessário a certos processos, e, ao mesmo tempo, um passo natural para a intrudução de [illegible] [illegible] grande parte de [illegible]

Abaixo [illegible] exemplo de uma organização [illegible] uma lição isolada, nem grupos pequenos de lições, mas o trabalho de seis ou mais meses de um plano completo do 7.º ano elementar, partes II e III.

I [illegible] da Aritmética

[illegible] de 1 a 29 [illegible] em 27 páginas, incluindo [illegible] ou mais [illegible] todos os trabalhos [illegible] por em evidência a teoria geral [illegible]

II. Propriedades, Compra e Venda:

Parágrafos 30-33 Revisão de percentagens
34 Fixação de preços
35 Propriedade: inventários
36,37 Proteção de propriedade contra o risco de perda por fogo
38 Seguros: taxas
39 Seguros: avaliação
40 Compras: notas de venda, contas a pagar, recibos
41,42 Compras pelo correio e pelo telégrafo
43 Pagamentos em cheque ou cambial
44 Compras: desconto por pagamento à vista
45 Compras: desconto comercial
46 Prática da avaliação de descontos
47 Compras domésticas
48 Vendas: lucros e perdas
49 Vendas: lucro por unidade de tempo
50 Vendas com risco de perda
51,52 Algumas despesas de venda
53 Vendas em comissão
54 Recebimento de comissão por compra

III. Empréstimos: Juros

55 Economia de dinheiro e aquisição de propriedade
56 Aumento de dinheiro pelo acréscimo de juros
57 Caixa Econômica
58 Estréia em negócios
59 Empréstimo de dinheiro para [illegible]
60 Empréstimo a prazo curto
61 Empréstimo a longo prazo
62 Cálculo de prazos
63 Tabelas de juros
64 Compras a prestações
65 Revisão

As partes IV e V incluem razões, medidas de madeira, medidas circulares, triângulos semelhantes, uso de símbolos e equações e prática completa de toda a espécie de cálculo.

Como consequência da reorganização do aprendizado em tôrno de situações tomadas da própria vida, opera-se grande redução no número de problemas isolados que a velha escola apresentava. Entretanto, isto não eqüivale a dizer que devem ser excluídos de todo. As antigas séries "miscelâneas", dadas nas "Recapitulações gerais", serviam a um objetivo real, exigindo que o aluno mantivesse em atividade o repertório inteiro de suas capacidades. Se cada problema, por si só, fôsse real, bem formulado e não ultrapassasse o limite das experiências de linguagem e dos conhecimentos do aluno, poderiam em conjunto, ser úteis, já como exercício, já como teste. Vinte ou trinta dêles poderiam testar maior número de capacidades do que vinte ou trinta problemas que pertençam a qualquer situação real, em particular.

A *ordem* dos tópicos pode ser alterada de acôrdo com as necessidades da vida. Se, por exemplo, os alunos tiverem de deixar a escola, como sucede a muitos, no fim do 5.º ano, será, parece, muito melhor, talvez, transferir o estudo da divisão de decimais para o 6.º ano, substituindo-o por exercícios que os familiarizem com o processo básico de Calcular percentagens. [illegible] pela vida, ao contrá- [illegible] de percentagens e [illegible] vulgares [illegible] parece que [illegible] capital dos juros, para as muitas crianças que deixam a escola antes de alcançar o 8.º ano ou mes- [illegible] está relacionada com lucros e economias, e, por con- [illegible] que deveriam ser ensinados [illegible] muitos exercícios de ju- [illegible] exercícios de juro. Sôbre em- [illegible] Comumente, o estudo de juros compostos [illegible] detalhe de que [illegible] os juros [illegible] completamente [illegible] Em se [illegible] em [illegible] com o tempo. A [illegible] não difícil [illegible] aluno [illegible] multiplique

uma, duas, três, etc. vezes pelo mesmo multiplicador, visto que as caixas econômicas não calculam juros em frações de dólar. (*)

Desde que as necessidades da vida levaram os seus impera- [illegible] certos fatos da [illegible] multiplicar números mixtos, ambos altos, como $48\frac{1}{2} \times 213$ —; ou somar ou subtrair frações, que não sejam [illegible]

[illegible] ou [illegible]

[illegible] ou [illegible]

[illegible] ou [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] aplicar cálculos de frações complexas. Assim, sem nenhum [illegible] multiplicação de um número mixto por [illegible]

(*) [illegible]

[illegible]

A ARITMÉTICA COMO CIÊNCIA E COMO ARTE

[illegible]

[illegible]

A [illegible]

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]

[illegible]

[illegible] apenas aprender primeiro os golpes mais [illegible] com uma bola real, em uma quadra [illegible] um corredor real.

[illegible] teria, seria dar a [illegible] técnicas de cada golpe [illegible] combinações de golpes [illegible] que todos [illegible] adequada à obtenção do [illegible] todas as habilidades total [illegible]

[illegible] aprender a [illegible] aritmética [illegible] uma série semelhante de aqui [illegible] o desenvolvimento pro[illegible] em competição num jogo real.

[illegible]

1. [illegible] tratam, logo no início do [illegible] as combinações $0 + 0 = 0$, $0 + 1 =$ [illegible] 2 etc. Por que seria melhor transferi-las para [illegible] aprendizado de somas de colunas?
2. [illegible] um trato de moeda dos Estados [illegible] sistema geral de decimais. Que vantagens [illegible] em uso?
3. [illegible] alguma razão científica para ensinar a [illegible] nos momentos seguintes [illegible] início do 4º ano, princípio do 5º, [illegible] do 6º, princípio do 7º, um [illegible] do 8º?
4. [illegible] ensinar (o mais cedo possível) a avaliar [illegible] paralelogramos e triângulos.
5. [illegible] avaliar em unidade, se se ensinasse [illegible] diga-se, no 4º ano?
6. [illegible] das tabuadas de multi[illegible] Livro I, capítulos III e IV, pgs. 49 a 83. Comparar este modo de tratar o assunto com o antigo, em

que se aprendia primeiro, [illegible] tabuada de [illegible] 12 depois, [illegible] 12 [illegible] múltiplos [illegible]

7. [illegible]

[illegible]

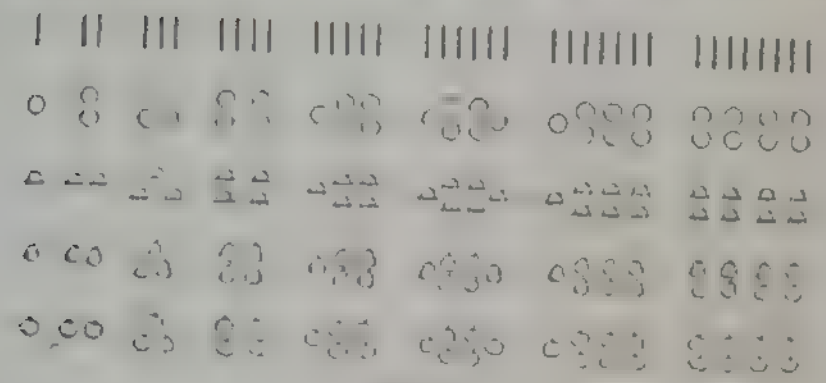


Fig. 1a

[illegible]

[illegible]

DO CONCEITO COMUM A CRITÉRIO [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] TRIMOS E SINAIS

[illegible]

[illegible]

[illegible]

I

Le carrelage

1. [illegible] carrelés [illegible] 2 [illegible] 1 pied carré [illegible] 10 [illegible]
   Réponse [illegible] 10 pieds carrés [illegible] 2 pieds de largeur.
   [illegible] du professeur
   [illegible] quarts
   [illegible] de [illegible]
2. [illegible] 10 pieds carrés [illegible]
3. [illegible] 20 pieds carrés approximativement
4. [illegible] 100 pieds carrés approximativement
5. [illegible] un rectangle de 4 pieds de [illegible] 2 pieds de [illegible] 1 pied carré [illegible]
6. [illegible] un rectangle de 3 pieds de [illegible] et 3 de largeur. Quantos pieds carrés [illegible]

Decoração geral

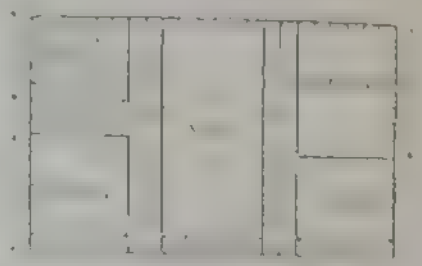
Estes [illegible] palavras [illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible] cobre
4. [illegible] 3 pés [illegible] modelo?
5. [illegible] 3 × 7 ? [illegible] lados [illegible]
6. [illegible] o comprimento [illegible] de [illegible]
7. Qual o comprimento e largura [illegible] de favas?

8. [illegible]

9. [illegible]

10. [illegible]



11. [illegible]

[illegible]

II

Material escolar

[illegible] Mr. [illegible] A, B e C tinha o seguinte material:

[illegible] de 144 lápis cada uma.

[illegible] de 111 borrachas cada uma.

3 [illegible] de cabaças de uma polegada, com 1728 [illegible] cada uma.

5 [illegible] de [illegible] de brinquedo, com 250 [illegible] cada uma.

22 [illegible] de papel de [illegible] cada bloco.

1. Quantos lápis havia ao todo?
2. Quantas borrachas havia ao todo?
3. Quantas cabaças ao todo?
4. Quantas [illegible] ao todo?
5. Quantas folhas ao todo?

Medidas pelo de cabar o [illegible]

[illegible]

III

1. [illegible]

[illegible]

10 — N. M. A.

[illegible] abaixo. Preencha as faltas das últimas [illegible] quadrada de".

[illegible] 16 é 4.	$4 \times 4 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
[illegible] 484 é 22	$22 \times 22 = 484$	$\sqrt{484} = 22$
[illegible] 25 é 5	$5 \times 5 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
[illegible] 400 é 20	$20 \times 20 = 400$	$\sqrt{400} = 20$
[illegible] 49 é . .	$\sqrt{49} =$.	
[illegible] 81 é . .	$\sqrt{81} =$.	
[illegible] 36 é . .	$\sqrt{36}$	
[illegible] é 8	$\sqrt{64}$	
[illegible] 1000 é . .	$\sqrt{1000} =$	

[illegible] das operações como [illegible] suficiente para fazer delas uso inteligente, o [illegible] quase totalidade dos casos, e deixa-lo aplicar [illegible] em que o uso inteligente [illegible] é preciso e em precisão.

Se [illegible] entendido sufi cientemente a operação o fato [illegible] própria dificuldade se tornarão mais claros pelos [illegible] que o aluno [illegible] pela extensão das discussões verbais que [illegible] sobre a mesma.

DA SIGNIFICAÇÃO DAS MEDIDAS DOS PATOS GEOMÉTRICOS E DOS TERMOS E OPERAÇÕES COMERCIAIS

O [illegible] pé, quart, galão, rod, acre, parda [illegible] quadrado, ângulo, paralelo, altitude, base, [illegible] diagonais, [illegible], juros, [illegible], letra, títulos, descontos, [illegible], deve repousar sobre os princípios gerais sobre os [illegible] e considerações relativas à aprendizagem [illegible] e das operações. O leitor estará capaz de aplicar [illegible] e não devemos fazer algumas observações [illegible] certos fatos que algumas vezes são mal interpretados.

[illegible] medida como medida [illegible] com a realidade, com [illegible] de [illegible] da medida [illegible] Mesmo [illegible] bem [illegible] por um [illegible] O [illegible] 10 [illegible] 1/2 [illegible] 1/4 [illegible] 1/2 [illegible] Nova York [illegible] 1/4 [illegible] 1/2 [illegible] 1/4 [illegible] 144, 147 e 148.

[illegible] tempo [illegible] problemas [illegible] seguinte [illegible] aumento de [illegible]

O fato de [illegible] não significa que devamos [illegible] de ter de dar [illegible] precisão do que seja [illegible]

[illegible]

POLÍCIA DE PROPRIEDADE CONTRA FOGO

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]
4. [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] pelo [illegible] e segundo [illegible] de [illegible]

5. [illegible]
6. [illegible]
7. [illegible]
8. [illegible]

[illegible] "Scott".

Teste

20 problemas

1. Os números da tabuada Day [illegible] um automóvel [illegible] $ [illegible] com [illegible] anterior. Descreva [illegible] apenas a metade [illegible] quanto [illegible] por ano?

2. No ano anterior, havia [illegible] no [illegible]
O senhor Day: $110.13 — Helena: $113.31
A senhora Day: $173.25 — Artur: $7.18
Acrescentou essa despesa, como segue:
[illegible] do senhor Day
35 [illegible] da senhora Day
35 [illegible] de Helena
15 [illegible] de Artur

3. A senhora Day [illegible] a quem [illegible] $1.50 [illegible] a quem [illegible] $1.35 por [illegible]. Ro[illegible] Helena e Artur [illegible] $2.25 por semana [illegible] quantos [illegible] de [illegible]?

Seguem 17 problemas e 5 extra para [illegible]

COMO TESTAR O CONHECIMENTO DA SIGNIFICAÇÃO

Para verificar [illegible] a significação [illegible] a significação [illegible] números, operações, [illegible] tabelas, gráficos e [illegible] é a parte [illegible] uma determinada [illegible]

[illegible]

[illegible] Que é [illegible] apropriada para [illegible] capacidade de responder a [illegible] capacidade de expressão. [illegible] como teste, [illegible] como "O [illegible] real". Um que se [illegible] retângulo e um paralelogramo e um trapézio" [illegible] nenhum determinado de conhecimento [illegible] de expressão.

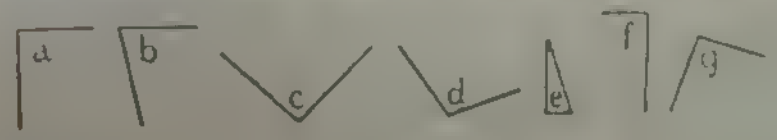
As definições e [illegible] como teste [illegible] rivais [illegible] que requerem [illegible] a resposta [illegible] exemplo. Por [illegible]

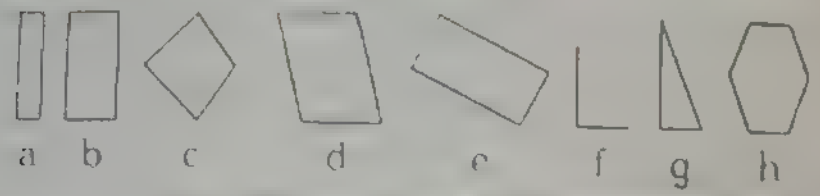
A 4ª ou 5ª [illegible] de frações que pode [illegible]

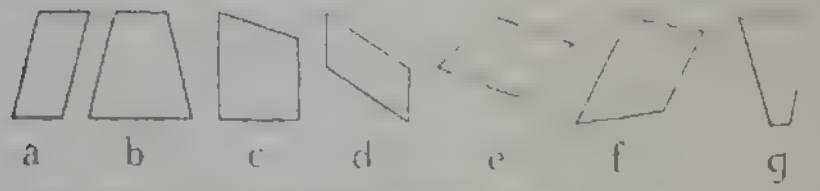
B. 4ª ou 5ª [illegible] de uma [illegible] entre [illegible] de uma [illegible]

3/3 lb	1/3 lb	1/16	5/16	7/[illegible]
2/3 lb	3/8 lb	1/8	3/16	2/8

C. 4ª ou 5ª [illegible]







[illegible]

[illegible]	3	6	11
[illegible]	3	7	12

[illegible]

[illegible] SUMPO PRIVO [illegible]

10 11 12 13 14 15 16 17 18 [illegible] 22 23 24 [illegible]

[illegible]

1	1	2	1	3		7
		3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8
	6	11	1	1		3
4		1	3	2		
	2	[illegible]	4	[illegible]		4

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

A

B

3. [illegible]

[illegible]

4. [illegible]

[illegible]

[illegible]

5. [illegible] em polegadas.

6. [illegible] (I, 111, [illegible]) [illegible] (I, 117, [illegible]) [illegible] (I, 150 [illegible]) [illegible]

7. [illegible] (III, [illegible]) [illegible]

8. [illegible] (II, 183, 184) e comissão (II, 200).

9. [illegible] recíprocas [illegible] método de [illegible] (II, 52, 53 e 54) [illegible]

10. [illegible] (II, 153 e 15[illegible]) [illegible]

CAPITULO VII

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

REQUISITOS NECESSARIOS Á ORGANIZAÇÃO DOS PROBLEMAS DE ARITMETICA

Os mestres do passado contentavam-se [illegible] apresentar qualquer problema [illegible] disciplina adquirida pelo [illegible] de qualquer problema [illegible] importa [illegible] comum ou raro. [illegible] certo ponto, justificativa ou pelo menos [illegible] a resolução de problemas de [illegible] testes de inteligencia [illegible] constituem um bom exercicio para a inteligencia, [illegible] experiencia.

Entretanto [illegible] de problemas que [illegible] mesmo tempo que [illegible] completo e direto [illegible] problema deve, de preferencia, (1) [illegible] probabilidade de [illegible] (2) tratados do modo por que [illegible] (3) apresentados de uma [illegible]

[illegible] sôbre força e espaço e engrenagens [illegible] 8ª série, que estampamos abaixo. São exemplos [illegible] com o fim de levar os alunos a [illegible] e alterações nelas descritas [illegible] "Uma escuna de terra" [illegible] 158 e 159) e "O [illegible] do negócio" [illegible] 159 e 160).

Força e espaço

1. Se um homem puxar a corda *A* [illegible] para baixo, a corda dêste subirá o pêso *W*.

2. A que altura subirá o pêso (a) se *A* for puxada 20 pés para o sul? (b) Se *A* for puxada 14 pés?

3. Quanto se deve puxar a corda *A* (a) para suspender o pêso *W* a 10 pés? (b) Para suspendê-lo a 8 pés?

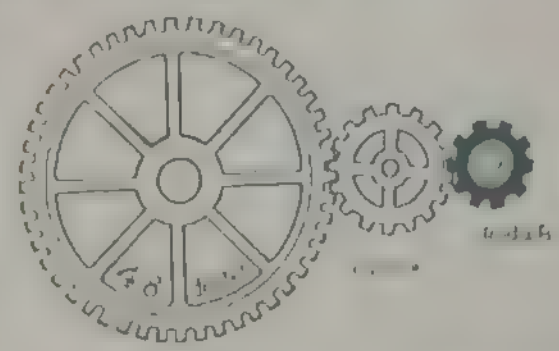
Levando em conta a força de A [illegible] na extremidade de uma corda [illegible] 1 pé, levantará 2 lbs. a mais por pé de altura [illegible] de 5 lbs. a um decímo de pé etc.

4. [illegible] a que altura deve atuar uma força de 100 lbs. [illegible] para levantar um pêso de 500 lbs. a 2 pés? (b) Para levantar 500 lbs. a $3\frac{1}{2}$ pés? (c) Para levantar 400 lbs. a 4 pés?

Engrenagens

1. Quantos dentes há na roda *A*? No carrêto? Na roda *B*? Escreva os dois números, pois terá de aplicá-los aos problemas 2, 3 e 7.

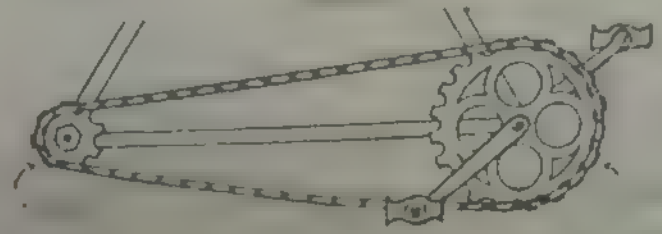
2. Frequentemente a roda *A* faz [illegible] completa, [illegible] 1 [illegible] o carrêto 2, 2 [illegible] 3 [illegible]



3. Esquema [illegible] 1 3 [illegible] 2 5 [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]



6. Se a roda [illegible] 28 polegadas de diâmetro [illegible] quantas vêzes [illegible]

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

[illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

6. [illegible]

7. [illegible]

8. [illegible]

9. [illegible]

[illegible]

10. [illegible]

11. [illegible]

12. [illegible]

13. [illegible]

14. [illegible]

[illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]

5. [illegible]

6. [illegible]

7. [illegible]

[illegible] DE PROBLEMAS

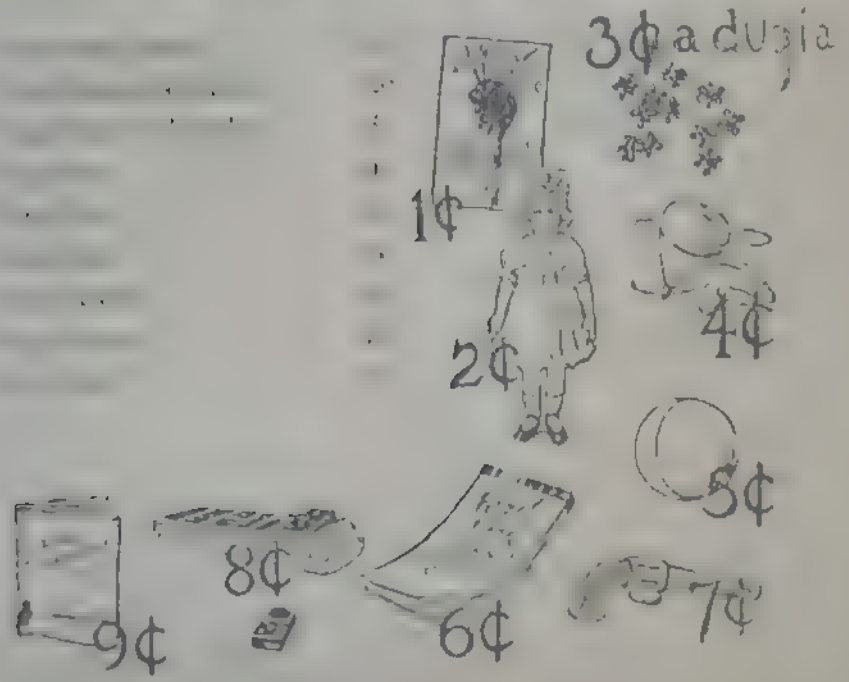
[illegible] PELO ENCARREGADO

[illegible]

[illegible]

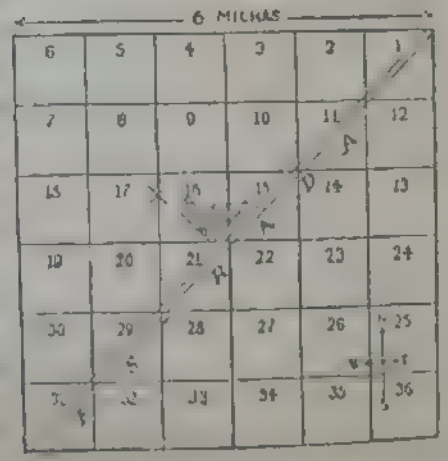
Tal orientação não é aconselhável, [illegible]

[illegible]


3¢ a dupja
1¢
2¢
4¢
5¢
8¢
9¢
6¢
7¢

6. Roberto cresceu [illegible] mais que Ricardo [illegible]

[illegible]



2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

[illegible]

5. [illegible] 6.05 9.35 10.00

[illegible] Dan Jet 8.11 11.32 [illegible]

[illegible] 11.30 [illegible]

6. [illegible]

7. [illegible]

[illegible]

[illegible]

Comprimento $\frac{1}{2}$ [illegible]

[illegible] Marcha, 24 [illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

[illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]
4. [illegible]

[illegible]

A TÉCNICA DE RESOLVER PROBLEMAS

Polyanyi [illegible] a técnica de resolver problemas e formular a solução [illegible] métodos [illegible] extrema generalidade

[illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]

1. [illegible]

5. [illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]

1. [illegible]

1. [illegible]
2. [illegible]
3. [illegible]
4. [illegible]
5. [illegible]
6. [illegible]
7. [illegible]
8. [illegible]

[illegible]

[illegible]

10. [illegible]

11. [illegible]

12. [illegible]

13. [illegible]

14. [illegible]

15. [illegible]

16. [illegible]

17. [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

6. [illegible]

V

[illegible]

VI

[illegible]

7. [illegible]

[illegible]

CAPÍTULO II

[illegible]

Nos capítulos [illegible] de que se valem os [illegible] aritmética e a [illegible] Estudiosos [illegible] tre, nos [illegible] no [illegible] da criança de alfabetização. [illegible] de fazer e aplicar o aprendizado [illegible] o orientam na organização [illegible] tividades [illegible]

Os novos métodos não [illegible] dições gerais. [illegible] classes [illegible] contração de [illegible] A parte [illegible] tende ao estudo [illegible] estão em [illegible] e objetos [illegible]

Antes que [illegible] se de esperar [illegible] validade [illegible] máximo de [illegible] xaria de [illegible] ser conjugado a um [illegible] melhores [illegible] um curso que aparelha [illegible] nada [illegible] a contínua [illegible]

[illegible] DO MAU [illegible]

[illegible]

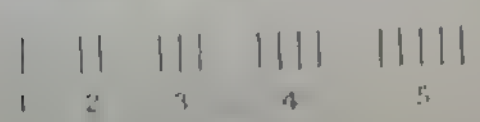


Fig. 11

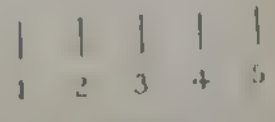


Fig. 12

Fig. 13

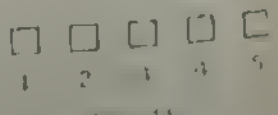


Fig. 14

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

(*) [illegible]

(**) [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

6. [illegible]

7. [illegible]

8. [illegible]

9. [illegible]

10. [illegible]

11. [illegible]

12. [illegible]

13. [illegible]

14. [illegible]

15. [illegible]

16. [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]

[illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

[illegible]

[illegible]

Uma das [illegible]

[illegible] Helena [illegible] Alem disso [illegible] 8200 [illegible] Salvador [illegible] 81 [illegible] da Escola Doméstica.

Os demais fazem as contas de Helena, imediatamente, de[illegible] quanto recebe e quanto gasta, calculando quanto lhe resta no fim de semana.

A seguir, outro aluno imagina-se um rapaz ativo que consegue ganhar dinheiro de várias maneiras e declara a sua receita e a [illegible] despesas.

[illegible] outro aluno imagina-se uma otima cantora, que [illegible] em receita e despesa.

[illegible] e gastos de cada um [illegible] saldo.

Pratique com as somas que seguem, para poder entrar no jôgo de "Receita e despesa" e acertar as questões.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
7,16	5,08	9,12	8,31	4,16	0,75	3,70	4,96
7,60	1,68	1,98	9,33	9,54	3,95	4,94	8,64
0,75	0,33	0,49	0,46	1,25	0,68	0,70	0,18
0,48	0,22	0,95	1,00	0,42	0,27	0,65	4,49
2,65	6,48	0,36	0,56	0,88	7,48	6,21	0,42
0,54	0,45	9,10	0,88	0,36	1,30	0,34	1,32
0,56	2,25	0,21	8,75	0,92	2,18	1,75	0,95
0,33	0,42	1,20	7,56	8,56	0,97	1,10	5,68
5,24	0,75	0,92	1,10	0,95	9,36	0,45	1,88
—			—	—	—	—	—

Os exemplos citados mostram como pode o professor [illegible] através do ambiente em geral para descobrir [illegible] o aprendizado de cada tópico especial. De mesmo modo, pode o professor de qualquer cadeira [illegible] quer através do ambiente particular em que funciona a sua escola, procurando meios para tornar interessantes, aos olhos dos alunos, os conhecimentos que haja de ministrar. Assim, se tiver de ensinar medidas de madeira, deverá informar-se se nos arredores existe alguma casa em construção e conduzir os seus [illegible] até lá. Deverá saber que tal ou tal campo ou parque de localidade mede 2 acres aproximadamente, afim de, quando tiver de dar a noção de acre, dispor de uma conexão real com a qual possa aclarar o seu conceito. Deverá procurar descobrir

[illegible] cer motivos para o aprendizado da aritmética. Deverá tratar de conhecer os brinquedos e jogos preferidos pela petizada e descobrir como utilizá-los. Enfim, deverá conhecer minuciosamente tudo quanto tenha de ensinar e procurar aperfeiçoar a sua técnica, de ano para ano.

IDÉIAS PARA DISCUSSÃO

1. [illegible]

$$\begin{array}{r} 8\ 9 \\ 4\ 5 \\ \hline 3\ 7 \end{array}$$

[illegible] tal aprendizado?

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible] cessos. Como poderá o domínio de $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$, $\frac{1}{4} = 0{,}25$ e $\frac{1}{4} = 0{,}125$ facilitar o aprendizado da colocação da virgula na multiplicação de decimais?

5. Citar outro caso em que o conhecimento de certos fatos facilitem o aprendizado de novos processos.

6. Depois de estudar os números até cem, um aluno escreveu 61, 71, 81 e 91 em vez de dezesseis, dezessete, dezoito e dezenove; outro escreveu 60, 70, 80 e 90; outro 610, 710, 810 e 910; outro 6, 7, 8 e 9, observando que sabia haver mais alguma coisa, mas não podia precisar o que fôsse. Por que terá um hábito intrinsecamente bom predisposto a todos êsses erros?

7. Citar algum caso de hábito bom, em si, mas que possa induzir ao êrro?

8. Será [illegible] dar em vinte casos de divisões longas, [illegible] ve sem resto? Justificar a resposta.

9. [illegible] "escala" de testes de 10 passos de dificuldade [illegible] 5 exemplos para cada passo. Os alunos alcançaram os seguintes resultados:

Respostas certas

	Aluno A	Aluno B
1.º passo	5	3
2.º "	5	5
3.º "	5	2
4.º "	4	3
5.º "	5	4
6.º "	4	3
7.º "	1	5
8.º "	0	4
9.º "	0	0
10.º "	0	0
Total	29	29

Qual dos dois alunos conhece melhor o processo? Qual o mais negligente?

10. Que material se poderia empregar para objetivar o ensino de $\frac{16}{}$? De $\frac{5}{}$?

11. Observar o material empregado para $\frac{}{12}$ e $\frac{}{24}$ (II, 17), $\frac{}{7}$ e $\frac{}{9}$ (III, 133) e $\frac{}{32}$ e $\frac{}{64}$ (III, 262). Observar quaisquer outras relações reais dessas frações e julgar quais dentre elas [illegible] na escola primária.

12. Qual o melhor grupo de fatos da multiplicação para ser ensinado primeiro, os de 5 ou os de 1?

13. Pense o leitor em algumas aplicações de "quantos por cento de *b* é *a*?" que lhe pareçam especialmente úteis ao aprendizado dêste fato. Compare com os das págs. 191, 192 e 196, II.

14. Examinar os meios utilizados para assegurar uma boa disposição de espírito para com o aprendizado da avaliação de áreas (II, 221). Pense em outros meios de atingir a mesma finalidade.

15. Ver os meios de que se lançou mão para ensinar a aplicação e o levantamento de gráficos (III, 30, 81, 164, 166, 177, 182, 194-196, 230 e 231), levando em consideração tanto o valor do trabalho de aritmética a êles associado, o interêsse que possam despertar e o seu valor prático, quanto o serviço que possam prestar ao ensino de princípios elementares da representação gráfica de fatos quantitativos.

CAPÍTULO IX

ALGUMAS DIFICULDADES

Muitas das dificuldades experimentadas pelo aluno no aprendizado são absolutamente desnecessárias. O bom mestre pode, como vimos, evitá-las, ensinando cada assunto do modo exato [illegible] ser. Há, entretanto, alguns casos inerentes [illegible] difíceis e sempre o serão. O que nos cabe fazer é reduzir a dificuldade ao inevitável. Os novos métodos empenham-se em [illegible] cobrir o meio mais adequado à mente infantil para enfrentá-a e vencê-la. Em continuação, procuraremos demonstrar, em quatro casos típicos — divisões longas, dificuldades inerentes ao uso de zeros, divisão de frações e raiz quadrada — o que os novos métodos teem alcançado neste sentido.

DIVISÃO LONGA

[illegible] são difíceis (1) porque exigem "julgamento" na [illegible] algarismos a experimentar no quociente [illegible] ferências da divisão [illegible] para o algarismo [illegible] porque [illegible] que chamam a atenção dos pequenos para a sua importância e passam [illegible] para despertar interesse pelo trabalho.

A seleção dos números que devem multiplicar o divisor pode ser facilitada de começo, pelo uso de divisores como 21, 31, 41 ou 19, 29, 39, porém, mais cedo ou mais tarde, o aluno terá de "julgar" por si mesmo qual o algarismo conveniente. Êste julgamento exige (para divisores de dois algarismos) pronto conhecimento dos produtos de 2 a 9 e de 20 a 90, pelos dígitos, desembaraço na soma mental do segundo caso e um poder de coordenação ou de associação, para que, por exemplo, vendo 6125|76, possa ràpidamente pensar 9 × é muito; 8 ×, é muito próximo, 7 × é muito provável, isto é, pensa 9 × 70 = 630, 8 × 70 = 560 e 7 × 70 = 490, tudo num relancear de pensamento, e retém na mente o essencial, 560 e 490, enquanto pensa "tanto 8 como 7 vezes 6 convém". Enquanto se decide a experimentar 8 ou 7, deve ainda multiplicar mentalmente para julgar da segurança com que pode escrever 8, pensando, ao mesmo tempo em 612, que não deve perder de vista. Ora, isto de pensar em vários fatos simultâneamente, é bem difícil.

Consideremos o processo do modo seguinte: Se todos os passos fôssem dados em uma ordem racional, mas sem pressa, nem abreviações, o aluno, tendo de dividir 6125 por 76, pensaria: 9 não, porque 9 × 70 = 630; 8 provàvelmente, 8 × 6 = 48, 8 × 7 = 56, + 4 = 60, 608, convém 8", ou "7 × 70 = 490, pode ser, 8 × 70 = 560, pode ser, 7 × 6 = 42, 8 × 6 = 48" e assim um ou mais passos adiante, para se decidir, finalmente por um dos números pensados; ou recapitularia algumas séries de fatos igualmente complicados. Em qualquer ponto pode arriscar uma decisão. Assim em 4276|74 o pensar em 6 × 70 = 420 com o 4 de 74 e o 7 de 427 em vista, conduzirá provàvelmente o leitor a resolver-se imediatamente a tentar 5. Ora, isto se daria por uma rápida coordenação de fatos ou de probabilidades.

Para selecionar o algarismo correto, deve-se ou (A) anotar muitos fatos e [illegible] em mente muitos fatos e refletir sôbre êles ou (C) tomar tão cedo, quanto [illegible] arriscá-lo, uma decisão, à base de uma parte dêsses fatos. Se se conduzirem os alunos segundo A, o tra-

[illegible] se [illegible] fastidioso e muito difícil. Se se encaminharem segundo B, o trabalho será menos entediante, mas mais difícil. Se se orientarem segundo C, será muito menos fastidioso, mas ainda muito mais difícil. Não há razão, entretanto, para exigir que o aluno acerte ao primeiro ensaio. Isto pôsto, a melhor das práticas é arriscar uma decisão, multiplicar e experimentar outro número, se o primeiro fôr forte ou fraco. Bons calculistas assim operam. Deve-se, portanto, encorajar os alunos e mesmo insistir com êles a que procedam assim. A seleção dos algarismos a experimentar no quociente não deveria ser feita por nenhuma prescrição convencional, mas por inspeção geral da situação, acompanhada de cálculo mental [illegible], de qualquer natureza, contanto que conduza a uma estimativa acertada. Se, em casos, como os acima descritos, as primeiras tentativas de multiplicações (de 70 × 8 e 7, neste caso) conduzirem a nove decisões corretas em 10, ou mesmo a quatro em cinco, [illegible] tempo maior do que se se [illegible] a tentativas. Em linguagem infantil a regra [illegible] ser: "Adivinhe e diga, logo que achar que pode acertar", embora o processo em nenhum sentido possa ser qualificado como idéia inconsiderada. E', mais pròpriamente, o atuar do repertório inteiro das capacidades de uma pessoa relativamente à situação a que chamamos julgamento, tato, discernimento ou perspicácia.

As crianças agirão assim e sentirão prazer em fazê-lo, se forem bem orientadas, conquanto, de princípio, isto repugne aos hábitos adquiridos no aprendizado da aritmética. A maior parte do que faziam era por estrito automatismo. Os novos métodos, porém, preparam o aluno para o ato mental de escolher, [illegible] inando-lhe a derivar 7 + ... = 11, valendo-se dos fatos da adição já conhecidos, até achar a combinação conveniente 7 + 4, e, ulteriormente, ensinando-lhe a derivar os fatos da [illegible] da multiplicação. Mesmo assim, de começo, nas [illegible] para avançar, assumir a responsabilidade [illegible] decisão. Se se segue o uso de 70 como [illegible] para divisões de 71, 72, 73 ou 74 e 80 para 79, 78, 77 ou 76 [illegible] a aceitar o "g[illegible]" como norma a seguir impe[illegible] [illegible] os novos métodos raríssimas vezes se fa

ferem a "guias"; ao invés reforçam os elementos de iniciativa e decisão, pelo método de "ensaio e êxito". Depois de dominado o processo geral com divisores como 21, 31, 41, 29, 39, 49, apresentam o trabalho, como se mostra abaixo.

Achar os quocientes e os restos. Pode-lhe acontecer tomar um algarismo errado para o quociente. Neste caso, veja se é forte ou fraco e substitua-o. Mas procure acertar, logo da primeira vez.

11.

992 | 47 — Em 99 há 2 vezes 47 ou 1 só?

12.

538 | 27 — Em 53 há 2 vezes 27 ou só 1?

13.

476 | 17 — Em 47 há 3 vezes 17 ou só 2?

14.

81062 | 35 — Experimente 2. Como sabe que dá 2 e não 3?

15.

9276 | 13 — Experimente 1. Por que não dá 2?

16.

817 | 28 — Em 81 há 3 vezes 28 ou só 2?

17.

1249 | 312 — Experimente 4. Por que não dá 3?

18.

375 | 151 — Vai experimentar 2 ou 2?

19.

375 | 123 — Vai experimentar 3 ou 2?

20.

650 | 225 — Vai experimentar 3 ou 2?

21.

425 | 25 — Vai experimentar 2 ou 1?

22.

470 | 15 — Vai experimentar 4 ou 3?

23.

615 | 15 — Vai experimentar 4 ou 3?

24.

495 | 211 — Vai experimentar 7, 6 ou 5?

A complexidade do [illegible] de escolha do algarismo do quociente para [illegible] para a [illegible] do processo, [illegible] para o abuso de [illegible] o algarismo [illegible] ser evitada nem muito atendida. O [illegible]

dígitos do dividendo facilita um tanto o trabalho. O domínio prévio de cada processo, em separado, previne o excesso de [illegible] longo e complexo. Portanto, deve se considerar que o aluno precisa de tempo e esfôrço para dominá-lo.

O mesmo se pode dizer quanto à falta de utilidade prática e definida das divisões longas, que se usam, principalmente, em planos, cálculo de custo e trabalhos científicos. Problemas semelhantes aos das páginas 201 e 202, são dos melhores que o mestre pode oferecer sôbre "Usos da divisão longa". Ademais, esta nenhum apêlo faz aos interêsses inteletuais da atividade mental e de realizações.

O máximo que se pode fazer é: Primeiro, aceitar a situação e tratar de impô-la ao interêsse dos alunos, dizendo-lhes que as divisões longas são uma espécie de exame ou teste das capacidades adquiridas e que conseguir acertá-las é dar prova de que se sabe multiplicar, somar e subtrair corretamente. Segundo, transferir as aplicações das divisões de quocientes extensos para depois do aprendizado dos decimais, efetuando no 4.º ano, principalmente, divisões de quocientes simples ou de dois algarismos apenas e alguns exercícios, mas poucos, com quocientes maiores, para ensinar o processo — isto é, mostrar que em uma só conta, se pode *multiplicar, subtrair* e *baixar* algarismos. A um aluno do 4.º ou do 5.º ano ou mesmo mais adiantado não é absolutamente necessária a adquisição de grande velocidade nas divisões longas. Raramente encontrará na vida problemas que exijam o uso dessas divisões. Se souber, com segurança, o que deve fazer e como deve fazê-lo, teremos cumprido o nosso dever. E' conveniente treinar o aluno em divisões de quocien- [illegible] facilitará o trabalho de determinar [illegible] estimar, aproximada e ràpidamente, [illegible] outro. Alguns exercícios da [illegible] encontram-se às páginas 201 e 202.

Uma festa de Natal

O natal aproxima-se. Os pequenos da Escola X, estão se preparando para receber Papai Noel.

1. Resolvem recortar 100 estrêlas douradas. A professora diz-lhes: "Vou fazer uma para modêlo. Vocês farão o resto". Há 33 crianças. Quantas estrêlas deve recortar cada uma?

2. Desejam fazer 12 correntes de papel de 50 elos cada uma. A professora fez 6 elos para modêlo. Os alunos vão fazer os demais. Quantos elos deve fazer cada um?

3. Um problema de multiplicar. 4. Um problema de subtrair.

5. 16 [illegible] crianças dividem igualmente entre si o trabalho de fazer 8 dúzias de cornucópias. Quantas deve fazer cada uma?

Divisão por números de mais de dois algarismos

1. Além do terreno usado para os caminhos, o jardim da escola tem 6100 pés quadrados, que devem ser cultivados pelos alunos. Há na escola 254 crianças. Quantos pés quadrados tocará a cada aluno, se os 6100 pés quadrados forem divididos igualmente entre êles? Quantos pés quadrados restarão?

6100 | 254 *Pense quantos 254 há em 610*

Três é muito, pois $3 \times 254 = 762$, *que é mais de 610.*

Usos de divisões longas

(Quando precisar, use papel e lapis)

1. 14 rapazes resolvem comprar juntos uma bola de "football". A bola custa 98¢. Quanto deverá pagar cada um?

2. Resolvem comprar, também, uma máscara de esporte, em segunda mão, a qual custa 70¢. Quanto terá de pagar cada rapaz, 7¢, 6¢ ou 5¢?

3. [illegible] m 60¢? Com 45¢? Com 75¢? Com 90¢? Com $1.05?

4. Os bilhetes de concêrto costumam custar 75¢ cada um. [illegible] três bilhetes? Quantos bilhetes se poderão

comprar com $2.00, e quantos ¢ restarão? Quantos bilhetes se [illegible] 7 bilhetes? E $6.00 dará para 8?

Ganho e economia

1. João pensa em ganhar .. $17.25 para comprar uma bicicleta. Pode obter $.75 por semana, trabalhando em uma loja. Em quantas semanas ganhará êle o suficiente para comprar a bicicleta?

1725 | 75 *O quociente representa semanas.*

2. Maria que está no ginásio, ganha $14.00 por mês, trabalhando à noite. Em quantos meses ganhará ela o [illegible] rio para comprar uma máquina de escrever do valor de $70.00?

70 | 14 *O quociente representa semanas.*

Para achar o número de vezes que certa quantia está contida em outra, primeiro, reduza ambas a centavos ou ambas a dólares. Depois, divida.

Nas liquidações as lojas vendem, às vezes, objetos de 25 centavos por 19¢.

3. Quantos objetos de 25¢ podem ser comprados com 75¢, numa liquidação? Quantos centavos restarão?

4. Quantos poderá você comprar com $1.25 e quantos centavos lhe sobrarão?

5. Quantos poderá comprar com $1.00? **6.** Com $4.50? **7.** Com $4.75? **8.** Com $2.50?

[illegible] dias [illegible] liquidação, as lojas vendem qualquer artigo [illegible] por 39¢.

9. [illegible] objetos de 50 centavos podem ser comprados [illegible] $1 [illegible] centavos sobrarão?

10. [illegible] $2.50? **11.** [illegible] $8.75? **12.** Com $5.00? **13.** [illegible] $2.25?

14. [illegible] poderá você economizar $21.00 [illegible] 12¢ [illegible] **15.** Se economizar 25¢ por [illegible] **16.** 28¢ [illegible] **17.** 75¢ por semana?

Achar os quociente e os restos:

100 | 23	750 | 96	520 | 87	500 | 62	[illegible]
125 | 48	200 | 24	225 | 35	682 | 93	[illegible]
350 | 42	500 | 78	400 | 52	125 | 35	[illegible]
715 | 85	100 | 44	250 | 66	500 | 53	625 | 84

DIFICULDADES INERENTES AO USO DE ZERO

Os adultos gostam de ver zeros nas suas contas, porque os zeros facilitam os cálculos. Dificultam, porém, a compreensão e o domínio dos processos. E', portanto, prudente tomar precauções especiais, quando o zero aparece em cena. Assim, embora nenhuma dificuldade encontre o aluno em diminuir 3475 de 5212, poderá ficar embaraçado ao ter de efetuar cálculos como 5000 —3475. Conquanto domine perfeitamente multiplicações como 218 ×9, poderá encontrar dificuldade em casos como 208 ×9, e não dispensará ensino adicional de casos como 514 ×20, 619 ×30 e 225 ×40, embora tenha o domínio completo de 514 ×2 e 691 ×3, 225 ×4 e 514 ×23, 691 ×35, 225 ×46; conhecimentos que ainda não serão suficientes para a solução de casos como 564 ×207, 691 ×305 e 225 ×408. No aprendizado da divisão, novas perturbações devidas ao aparecimento de zeros no quociente, como em 1854 | 6 309, e, principalmente, nas divisões longas como 5125 | 25 205 : e, mais tarde 50 125 125 ainda, nova série de complicações, em multiplicações de números como 0,054 ou 0,0028, e [illegible] sões cujo quociente exige precedência ou [illegible] de zeros.

Por [illegible]

[illegible] Primeiro, 0 não [illegible] lidade, comparada com "2 × 5 centavos que faz um dime". 0, aritmèticamente, tem propriedades peculiares e requer um conjunto de hábitos próprios e àparte, como: 0 nas colunas de soma não se conta; qualquer número menos 0, não se altera; 0 vezes qualquer número = 0: qualquer número dividido por 0 = 0.

Segundo, não há uniformidade nas operações com zero. Em 1818 | 6, não escrevemos 03 na primeira divisão de 18, mas o fazemos na seguinte. Em 21 | 3 não escrevemos 07, mas em 0,21 | 3 devemos escrevê-lo. Ao subtrair 625 de 625 apenas escrevemos 0 ou mesmo nenhum algarismo, mas em 3002 / 4 devemos escrever 00. Cada hábito formado tem de ser relacionado às condições particulares a que se destinam. O seu uso inteligente exige maior compreensão do sistema geral de notação decimal e do valor relativo dos números do que o de qualquer outro número.

As dificuldades do emprêgo de zero podem ser reduzidas, por meio de experiências numerosas com 0, como eqüivalente de "nada" ou "nenhum" e pelo uso de formas longas, como

```
2134 | 7          715          56125 | 28
[illegible]        208          5       2004
                   5720
                   0000
                  1430          1
                                00
                                12
                                00
                                125
                                112
                                 13
```


[illegible] lavra [illegible] le processo [illegible] divi[illegible] que utilize os hábitos familiares. A opinião geral, entretanto, [illegible] discente do último [illegible] e podemos fazer é dar tempo e atenção ao domínio desta dificuldade.

DIVISÃO POR FRAÇÃO

Vimos em capítulo anterior que, aprendendo a dividir por fração, inteligentemente, o aluno tem de modificar a sua atitude para com a divisão, contrariando o hábito agora prejudicial de esperar sempre um resultado menor que o dividendo. Para isso, deve-se-lhe oferecer uma base e prática suficiente. Com [illegible] ou mesmo a um décimo, mas ainda assim é caso que requer consideração.

O tratamento apropriado para o caso consiste em substituir o hábito estabelecido, por hábitos mais adequados de pensar e agir, levando à compreensão e aplicação das regras:

Quando se divide um número por outro maior que 1, o resultado é menor do que o número dividido.

Quando se divide um número por 1, o resultado é igual ao número dividido.

Quando se divide um número por qualquer outro menor que 1, o resultado é maior do que o número dividido.

Quando o divisor é maior que 1, o quociente é menor que o dividendo.

Quando o divisor é 1, o quociente = dividendo.

Quando o divisor é menor do que 1, o quociente é maior que o dividendo.

A substituição se faz [illegible] cios como os que se dão as páginas 206, 207 e 208

Divisão por números menores que 1

1. Leia, substituindo os pontos pelo número conveniente

A Com 5$ podem-se obter . . . bolas a 5$ cada uma

Com 5$ podem-se obter . . . ações a $2\frac{1}{2}$ cada uma

Com 5$ podem-se obter . . . doces a 1$ cada um

Com 5$ podem-se obter . . . bonitas de vidro a $\frac{1}{2}$ cada uma

Com 5$ podem-se obter . . . bolitas de barro a $\frac{1}{8}$ cada uma

B $5 \div 5 = \ldots$

$5 : 2\frac{1}{2} = \ldots$

$5 \div 1 = \ldots$

$5 : \frac{1}{2} = \ldots$

$5 \div \frac{1}{8} = \ldots$

C Em 4 pol. há . . . o compr. de 2 pol.

Em 4 pol. há . . . o compr. de 1 pol.

Em 4 pol. há . . . vezes o compr. de $\frac{1}{2}$ pol.

Em 4 pol. há . . . vezes o compr. de $\frac{1}{4}$ pol.

Em 4 pol. há . . . vezes o compr. de $\frac{1}{8}$ pol.

D 3 lb. de [illegible]
3 lb. de [illegible]
3 lb. de [illegible]

7 [illegible]
2 [illegible]

2. [illegible]

A B

[illegible] 3 lb. [illegible] 3 [illegible] 12 [illegible]
[illegible] 8 lb. [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible] 2 [illegible]
[illegible] 8 lb. [illegible] 1 [illegible] 1 [illegible] [illegible]

[illegible] 1 [illegible] 1 [illegible] 1
[illegible] vezes [illegible] vezes [illegible]
2 2 2

[illegible] 1 [illegible] 1 [illegible] 1
[illegible] vezes [illegible] vezes [illegible]
4 4 4

[illegible] 1 [illegible] 1 [illegible] 1
[illegible] vezes [illegible] vezes [illegible]
8 8 8

D [illegible]

[illegible] [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] 2 [illegible] $\frac{1}{2}$

2 [illegible] [illegible] $\frac{1}{4}$ [illegible] 2 [illegible] $\frac{1}{4}$

2 lb. [illegible] $\frac{1}{8}$ lb. 2 [illegible] $\frac{1}{8}$

2 lb. — [illegible] $\frac{1}{16}$ lb. 2 [illegible] $\frac{1}{16}$

3. Faça o trabalho desta página.
4. Diga os quocientes que faltam.

A	B	C	D	E
$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 1$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 1$	$\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = 2$	$\frac{1}{12} \div \frac{1}{3} = 4$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{12} = 6$
$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} = 1$	$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} = 1$	$\frac{1}{5} \div \frac{1}{4} = 4$	$\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = 5$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{12} = 3$
$\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} = 1$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} = 1$	$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = 2$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = 9$	$\frac{1}{3} \div \frac{1}{12} = 4$
$\frac{1}{5} \div \frac{1}{5} = 1$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 1$	$\frac{1}{8} \div \frac{1}{2} = 4$	$\frac{1}{8} \div \frac{1}{8} = 1$	$\frac{1}{20} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$
$\frac{1}{6} \div \frac{1}{6} = 1$	$\frac{1}{3} \div \frac{1}{3} = 1$	$\frac{1}{8} \div \frac{1}{3} = 3$	$\frac{1}{8} \div \frac{1}{2} = 4$	$\frac{1}{5} \div \frac{1}{6} = 1\frac{1}{5}$
$\frac{1}{7} \div \frac{1}{7} = 1$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} = 1$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{7} = 3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = 2$	$\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}$
$\frac{1}{8} \div \frac{1}{8} = 1$	$\frac{1}{8} \div \frac{1}{8} = 1$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{10} = 2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{5} = 2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = 2$

[illegible] o [illegible] fácil, resolvendo com a mudança de [illegible] bastará vencer a dificuldade relativa [illegible] da fração.

[illegible] questão é matéria para largas [illegible] a dificuldade de varias [illegible] leis numéricas universais [illegible] aplicável a qualquer caso de divisão de fr[illegible] quocientes, dividendo fracionário e divisor [illegible] fracionário.

[illegible] número *ten*, de "inverter", ensinam, como abaixo [illegible] a lei geral de que *para dividir por qualquer número*

basta multiplicar pela sua reciproca, (dando, é óbvio, a significação da palavra reciproca) regra que será, após o aprendizado das decimais, a base de economia de tempo para o cálculo de partes alíquotas de 100 ou $1.00.

Veja se aprende o seguinte:

2 é a reciproca de $\frac{1}{2}$

3 é a reciproca de $\frac{1}{3}$

4 é a reciproca de $\frac{1}{4}$

Para dividir por uma fração, basta multiplicar pela sua reciproca.

$$\div \frac{1}{8} = \times 8 \qquad \div \frac{1}{4} = \times 4 \qquad \div \frac{1}{6} = \times 6$$

$$\div \frac{1}{12} = \times 12 \qquad \div \frac{1}{3} = \times 3 \qquad \div \frac{1}{2} = \times 2$$

1. Compare o resultado de $12 \div 3$ com o resultado de $12 \times \frac{1}{2}$.

2. Compare o resultado de $16 \div 8$ com o resultado de $16 \times \frac{1}{8}$.

3. Compare o resultado de $10 \div 2$ com o resultado de $10 \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ é a *reciproca* de 2. $\frac{1}{3}$ é a *reciproca* de 3

$\frac{1}{12}$ de 12 $\frac{1}{16}$ é a recíproca de 16

4. Qual é o recíproco de 8? De 6? De 4? De 10?

5. Preencha as seguintes:

2 é o recíproco de $\frac{1}{2}$; 3 é o recíproco de $\frac{1}{3}$; 4 significa o $\frac{1}{4}$

5 significa o $\frac{1}{5}$; 6 significa o $\frac{1}{6}$; 7 significa o $\frac{1}{7}$.

[illegible] *multiplicar pela sua recíproca.*

Procurar o quociente. Representar por $\frac{1}{4}$ o $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{6}$ etc. 4, 5, 6, etc. Cancelar sempre que possível.

6. $\frac{9}{16} \div 3$. Escreva $\frac{\cancel{9}^{3}}{16} \times \frac{1}{\cancel{3}}$. $\frac{3}{16}$ e o resultado.

7. $\frac{8}{9} \div 4$	8. $\frac{3}{8} \div 2$	9. $\frac{9}{2} \div 3$	10. $\frac{1}{2} \div 3$
11. $\frac{15}{24} \div 5$	12. $\frac{1}{3} \div 4$	13. $\frac{2}{3} \div 5$	14. $\frac{3}{4} \div 3$
15. $\frac{5}{6} \div 7$	16. $\frac{16}{5} \div 8$	17. $\frac{10}{3} \div 5$	18. $\frac{3}{4} \div 9$

19. $1\frac{4}{5} \div 9$	20. $6\frac{2}{3} \div 10$	21. $1\frac{1}{4} \div$	22. $3\frac{2}{5} \div$

Em vez de $1\frac{4}{5}$ [illegible] Em vez de $6\frac{2}{3}$ [illegible] Em vez de $1\frac{1}{4}$ [illegible] Em vez de $3\frac{2}{5}$ [illegible]

$\frac{9}{5}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{17}{5}$

1. Leia

A recíproca de $\frac{1}{2}$ é $\frac{2}{1}$ ou 2. A recíproca de $\frac{1}{4}$ é $\frac{4}{1}$ ou 4

A recíproca de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$. A recíproca de $\frac{3}{4}$ é $\frac{4}{3}$

A recíproca de $\frac{2}{5}$ é $\frac{5}{2}$. A recíproca de $\frac{3}{5}$ é $\frac{5}{3}$

A recíproca de $\frac{3}{8}$ é $\frac{8}{3}$. A recíproca de $\frac{5}{12}$ é $\frac{12}{5}$

2. Diga as recíprocas de:

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$

$\frac{5}{8}$ $\frac{7}{8}$ 2, 3, 4, $\frac{7}{5}$ 5, 6 $\frac{3}{2}$ 24 $\frac{5}{12}$ $\frac{17}{8}$ $\frac{9}{12}$

Procure todos os quocientes. Multiplique pela reciproca. Cancele sempre que puder. Reduza os numeros mixtos a frações impróprias.

1.	2.	3.	4.
$32 \div 24$	$2\frac{1}{2} \div 2$	$6 \div \frac{1}{3}$	$3\frac{3}{4} \div \frac{3}{4}$
$32 \times \frac{1}{24}$	$\frac{5}{2} \times \frac{1}{2}$	6×3	$\frac{15}{4} \times \frac{4}{3}$

5.		6.	
$3 \div \frac{5}{8}$	Verifique o resultado multiplicando por $\frac{5}{8}$	$2\frac{5}{8} \div 1\frac{1}{2}$	Verifique o resultado, multiplicando por $1\frac{1}{2}$
$3 \times \frac{5}{8}$		$\frac{21}{8} \times \frac{2}{3}$	

7.	8.	9.	10.
$50 \div 16$	$\frac{9}{16} \div \frac{3}{8}$	$\frac{2}{3} \div \frac{2}{9}$	$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12}$
$50 \times \frac{1}{16}$	$\frac{9}{16} \times \frac{8}{3}$	$\frac{2}{3} \times \frac{9}{2}$	$\frac{5}{6} \times \frac{12}{5}$

Ache os quocientes. Multiplique pela reciproca. Cancele sempre que puder. Reduza os numeros mixtos a frações impróprias.

1.	2.	3.	4.
$10 \div 6$	$4 \div \frac{2}{3}$	$4\frac{1}{8} \div 3$	$\frac{8}{5} \div \frac{2}{5}$

5.	6.	7.	8.
$2\frac{1}{2} \div \frac{5}{8}$	$9 \div 12$	$5 \div 25$	$\frac{3}{4} \div 3$

9.	10.	11.	12.
$100 \div \frac{4}{5}$	$\frac{3}{2} \div \frac{5}{6}$	$\frac{15}{16} \div \frac{1}{8}$	[illegible]

Lembre-se de que

Dividir por um número é o mesmo que multiplicar pela reciproca dêste número.

[illegible] o divisor e, melhor ainda, que [illegible] em sua mente o fato de [illegible] modificado.

RAIZ QUADRADA

A avaliação da raiz quadrada [illegible] desnecessàriamente, pela confusão que se estabeleceu entre o aprendizado do processo e o [illegible] assim como pela [illegible] de absoluta necessidade [illegible] estudado o processo, [illegible] substancialmente o divisor [illegible] como se mostra às páginas 214 e 215.

De maneira, o aluno [illegible] por um processo prático em que o seu guia será o seu proprio julgamento; [illegible] fê-lo será, provavelmente [illegible] vida se lhe depare [illegible] pro julgamento, tem todos [illegible] brado, aproximada ou [illegible] se recordar do que seja raiz [illegible]

Avaliação da raiz quadrada

Se precisar saber qual é a raiz quadrada de um número, examine uma tabela de raizes quadradas. Estas costumam vir impressas nos manuais de mecânica. Se não conseguir a referida tabela, procure determiná-la por si mesmo, experimentando e emendando até acertar.

E' conveniente experimentar um algarismo de cada vez, como segue:

Achar a raiz quadrada de 186.

186 | 13
13

Procure, primeiro, um número que multiplicado por si mesmo [illegible] 186. Por exemplo, pense "10 × 10 = 100. 10 é pouco. 20 × 20 = 400. 20 é muito. Logo, deve ser um número maior do que 10 e menor do que vinte, posso, portanto, escrever 1 no lugar das dezenas. Continue: 12 × 12 = 144. 12 é pouco. 13 × 13 = 169, 14 × 14 = 196. Deve ser mais de 13 e menos de 14. 14 é o número inteiro [illegible] Se desejar [illegible] 13,5 × 13,5 que dá 182,25. Ou 13,6 × 13,6, que dá 184,96. Experimente 13,7 × 13,7, que dá 187,69.

1. Pode-se economizar tempo quando se avalia a raiz quadrada, fazendo uma pequena tabela dos quadrados dos números de 13 a 29.

Copie e complete a tabela seguinte para utilizá-la nos exercícios 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

13	13	17 × 17	21 × 21	25	25
14	14	18 × 18	22 × 22	26	26
15	15	19 × 19	23 × 23	27	27
16	16	20 × 20	24 × 24	28	28
				29	29

2. Suponhamos que [illegible] os quadrados [illegible] 13,1 × 13,1 [illegible] 14,5 × 14,5 [illegible] Acha-se [illegible] na tabela.

3. Avalie a raiz de 350 [illegible] Faça [illegible] um número e multiplique-o por [illegible] outro até encontrar um que, multiplicado por si mesmo, [illegible] resultado entre 349 e 351.

4. Calcule pela sua tabela a raiz quadrada de 450. Corrija o seu cálculo até que o quadrado fique entre 449 e 451.

5. Feche o livro e procure por si mesmo a raiz quadrada de 186.

6. Avalie a raiz quadrada de 151 até o inteiro mais aproximado.

7. Avalie (no inteiro mais aproximado) a raiz quadrada de

a. 255 *b.* 318 *c.* 47 *d.* 85 *e.* 500 *f.* 632 *g.* 975.

8. Avalie a raiz quadrada de 32 até o décimo mais aproximado.

Avaliação de raizes quadradas até a segunda casa decimal

Achar uma raiz quadrada é quasi o mesmo que dividir, com a diferença de que só se tem o dividendo para começar e se tem de achar o divisor e o quociente, que são iguais.

Pode-se poupar tempo, na avaliação exata da raiz quadrada, efetuando-a do modo seguinte:

Para achar a raiz quadrada de 75 até a segunda casa decimal:

Pense em 8 × 8 e 9 × 9. Escreva 8 como primeiro algarismo da raiz.

Subtraia 64 de 75.

Baixe *dois* algarismos (00); ficam 1100.

Pense: quantas vezes 16 (2 × 8) está contido em 110.

110 | 16. Escreva 6 como segundo algarismo da raiz.

6

Pense "6 × 166 = 996".

Subtraia 996 de 1100.

Baixe *dois* algarismos (00). Ficam 10400.

Pense: quantas vezes 172 (2 × 86) está contido em 1040?

1040 | 172

6

[illegible] 75

1. [illegible]

2. [illegible] 9 14 até a segunda casa decimal.

3. [illegible] 38 até a segunda casa decimal.

[illegible] em [illegible] pela geometria ou [illegible] pode ser [illegible] como [illegible] matemática.

A [illegible] que [illegible] uma [illegible] alunos do [illegible] não [illegible] o processo [illegible] quadrados perfeitos [illegible] multiplicação [illegible] experimento [illegible] classe.

EX. 1. [illegible] quadrados [illegible] quantos [illegible] de [illegible] pavimento.

OPERAÇÃO

25 2

4 45 5 225

225

225

Devemos [illegible] 625 pés [illegible] do pavimento.

Colocando a lucta, [illegible] como [illegible] dos algarismos. Primeiro [illegible] o número [illegible] 6 centenas [illegible] raiz, 2 [illegible] no quociente. [illegible] o 2 está no lugar [illegible] seu valor é 20 [illegible] um quadrado [illegible] ou conteúdo superficial de 400 pés quadrados, como se vê na fig. 1.

FIG. 1

20 pés

20 pés

Subtraindo [illegible] 400 pés [illegible] 5, ficam 225 pés que devem ser [illegible] na fig. 1, afim [illegible] número quadrado. Temos, portanto, de tirar a raiz 2 [illegible] ou 20, em [illegible] do quadrado, para obter o comprimento dos dois lados a serem [illegible], o que faz 40 pés. Depois [illegible] quantas vezes 40 [illegible] está contido no [illegible] 225 e dividir, o que [illegible] 5 ou [illegible] faz [illegible] 5, no quociente da raiz [illegible] do divisor. Este [illegible] 5 [illegible] do quadrado, [illegible] fig. 2.

FIG. 2

25 pés

20

E 5 G 5

100 25

20

D F

20 5

400 100

25 pés

A largura do [illegible] 40 pés [illegible] pés [illegible] *E* e *F* [illegible] 20 pés [illegible] completar o quadrado, [illegible] *G*, [illegible] representados pelos [illegible] *E* e *F* [illegible] 5 pés. [illegible] 5 de quadrado, [illegible] o conteúdo [illegible] é igual a 25 pés quadrados. Em consequência do último aumento [illegible] o último algarismo da raiz no divisor, pelo que obtemos 45 pés que representam o comprimento total [illegible] o qual, sendo multiplicado pela respectiva largura (5 pés), último algarismo da raiz, dá o produto 225 pés quadrados, que é o conteúdo das [illegible] *D*, *E*, *F* e *G*, [illegible] a área da primeira [illegible].

Assim, sabemos que o [illegible] 625 pés [illegible] 25 × 25 = 625, [illegible] das diversas partes da fig. 2, ou 400 + 100 + 100 + 25 = 625.

A ilustração e a explicação precedentes [illegible] que o quadrado da soma de dois números [illegible] aos quadrados dos números [illegible] o dobro do produto [illegible] pelo outro. Assim, [illegible] 25 igual [illegible] 20 + 5 [illegible] será igual aos quadrados de 20 e 5, mais o dobro do produto de 20 por 5, ou 400 + 2 × 20 × 5 = 25 = 625.

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. Citar alguns casos que sejam difíceis no sentido de exigirem muito exercício a bem de serem dominados.

2. Citar alguns casos que sejam difíceis no sentido de "difíceis de entender quanto ao que se tem de fazer".

3. Citar alguns casos que não sejam difíceis, mas longos e fastidiosos.

4. E' prática usada no comércio em geral (exceção feita de certos cálculos de custo), sacrificar a perfeita exatidão à facilidade, por exemplo, a prática de se desprezarem as frações de centavos. Em que facilitam essas práticas a avaliação de juros compostos? (Ver III, 59).

5. Citar alguns casos cuja dificuldade consista em relacionar um conceito exato a uma palavra.

6. Se um aluno sabe efetuar somas do segundo caso, sendo capaz de acertar 99 casos em cem, bem como de transportar corretamente 99 sôbre cem vezes, cêrca de quantos por cento de respostas corretas obterá, [illegible] em somas de dez parcelas de cinco algarismos, como

65284
36956
97128
23807
72650
58175
82579
43196
38100
97374

7. [illegible] de resultados certos obtera em somas de cinco parcelas de cinco algarismos, como

31765
68294
97170
48684
30021
— (sem verificação)?

8. Quantos por cento, em somas de cinco parcelas de dois algarismos, como

76
28
50
94
35
—, (sem verificação)?

9. Quantas parcelas deverá ter uma soma para que o aluno considerado não obtenha um só resultado correto, a não ser por acaso?

10. Criticar a prática seguinte: cumular o aluno de trabalho difícil sòmente no sentido de exigir repetição de uma simples operação, 999 vezes em mil, para certificar-se de oito ou nove respostas em dez.

11. O desconto bancário e as razões são dois tópicos tão famosos nas escolas pela dificuldade que encerram, que podiam ser arrolados entre as divisões longas, as dificuldades do emprêgo de zero, a divisão de fração e a raiz quadrada. Examinar o modo como é ensinado o primeiro (III, 146-149) e o segundo (II, 137 e III, 12 e 77-79), observando especialmente as definições usadas e os meios que se empregaram para estabelecer conexões entre desconto bancário e razão com a realidade a que são aplicados.

CAPITULO X

ALGUNS ERROS COMUNS

NÚMEROS CONCRETOS E NÚMEROS ABSTRATOS

Os velhos métodos faziam muita distinção entre aquilo a que chamavam números abstratos (4, 7, 25, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{8}$) e aquilo que denominavam números concretos (9 polegadas, 21 pés, 32 centavos, $4.75) Gastavam muito tempo a ensinar aos alunos regras baseadas nessas distinções, como "Só se somam e subtraem números concretos da mesma espécie. Na multiplicação, o multiplicador deve ser um número abstrato. O produto dessa operação é da espécie do multiplicando".

Os novos métodos consideram esta distinção de números concretos e números abstratos de aconselhável ao ensino, e encontram muito melhores caminhos para atingir o mesmo fim. O que, realmente, importa é distinguir entre *número* (ou número abstrato, como os velhos métodos lhe chamavam) e *quantidade*, ou número de unidades de certa espécie. 4, 7, 25, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{8}$ são números tão somente. 4 polegadas, 7 pés, 25 homens, $\frac{1}{3}$ de centavo e $\frac{5}{8}$ de uma coleção de 200 selos são quantidades. Aquilo que somamos, subtraímos, multiplicamos e dividimos são os números. Se se deseja saber quanto contêem ao todo sete caixas de giz, de 144 bastonetes cada uma, não se multiplicam

bastonetes de giz por caixas ou bastonetes de giz por 7. Multiplica-se 144 por 7. Pode-se tomar nota, mentalmente ou por escrito, das quantidades de que os números são expressão, afim de saber que quantidade representa o produto obtido. Assim, pode-se escrever $\begin{array}{r}144\\7\end{array}$ bastonetes de giz. Não se escreve "7 caixas", porque não altera a resposta ser o 7 caixas, sacos, pães, baldes, macacos, pregos ou dias.

Se se deseja conhecer, em libras, o pêso médio das seis meninas de treze anos de uma equipe de "basket-ball", do 7.º ano de uma escola de Chicago, sendo o pêso total de 138 lbs., divide-se 833 por 6, fazendo o que quer que seja para manter viva a lembrança de que o quociente representará libras. Visto que será preciso lembrar, também, que se trata de uma equipe feminina, composta de meninas de 13 anos, de determinado ano de uma escola de Chicago, seria, igualmente, admissível escrever a espécie da equipe, o sexo, a idade dos componentes, o ano escolar e a localidade, a que se refere a média de pêso $139\frac{2}{3}$ lb., assim:

6 meninas, 13 anos, 7.º ano, Chi., 838 lbs.

Opera-se com os números, tomando certas medidas, como é costume, para não esquecer que espécie de unidade representa o número resultante, em caso de, segundo as condições do problema, representar alguma quantidade.

As regras aqui ensinadas pelos velhos métodos eram úteis [illegible], como meio de facilitar ao aluno o conhecimento da espécie que deveria pertencer a resposta. Mas, mesmo sob êste [illegible] exigir que o aluno resolvesse o problema: "Quanto [illegible] 268 [illegible] 2?", assim $\begin{array}{r}268\\2\\\hline 16\\12\\4\\\hline 536\end{array}$ [illegible]

[illegible]

[illegible] Podemos [illegible] 4 [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{1}{4}$ [illegible] sem pensar que $\frac{1}{2}$ [illegible] $\frac{2}{4}$ [illegible] se trata de uma [illegible] prática. Do mesmo modo [illegible] de preferir a [illegible] positivamente, [illegible] forma negativa [illegible] fazer-se de outra maneira".

[illegible]

[illegible]

1. [illegible]

a. [illegible] $\frac{1}{2}$ [illegible] dade de medida.

b. [illegible] 100 [illegible] unidade de medida.

c. Meia milha vale 880, quando se toma ... como unidade de medida.

d. Meia milha vale 2640, quando se toma ... como unidade de medida.

e. O quadrado ao lado valerá 2 × 2, se tomarmos ... como unidade de comprimento.

f. O quadrado valerá $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$, se tomarmos ... como unidade de comprimento.

g. Uma hora valerá 1, se tomarmos a ... como unidade de medida.

h. Uma hora valerá $\frac{1}{24}$, se tomarmos o ... como unidade de medida.

i. Uma hora valerá 60, se tomarmos o ... como unidade de medida.

Todas quantidades são múltiplos de uma espécie de unidade.

Assim, 9 mi. são 9 × 1 mi., $10\frac{1}{2}$ mi. são $10\frac{1}{2} \times 1$ mi. $3\frac{3}{4}$ lb. são $3\frac{3}{4} \times 1$ lb.

Quando tiver de procurar a área de qualquer superfície, reduza ambas as dimensões à mesma unidade de medida.

2. Preencha as lacunas.

a. Comprimento de um retângulo em ... × largura em ... = área em polegadas quadradas.

b. Comprim. de um retângulo em ... × ... = área em pés quadr.

c. Comprim. de um retângulo em jardas × ... = área em ...

d. Base de um paralelogramo em poleg. × altura em ... = área em ...

e. Base de um paralelogramo em milhas × altura em = área em

f. Base de um triângulo em pés × $\frac{1}{2}$ da ... = pés quadr.

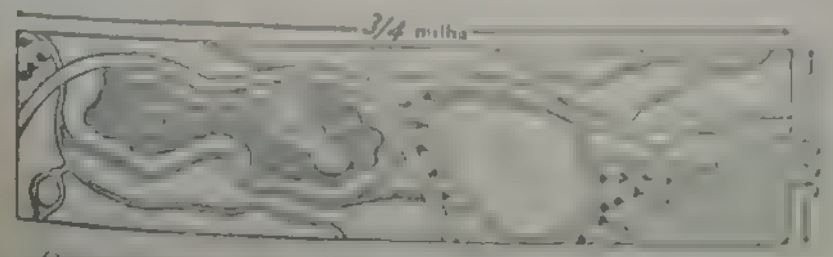
g. Média dos dois lados paralelos de um trapézio × altura = área. Se as dimensões forem em pés, a área será em ... Se as dimensões forem em poleg., a área será em ... Se as dimensões forem em milhas, a área será em ...

(Sem lapis).

3. Quantos pés quadrados terá uma estrada de 2,mi.4 de compr. por 18 pés de larg., supondo que os dois lados sejam perfeitamente paralelos?

4. Quantas jardas de pano [illegible] uma bandeira de [illegible] pés de compr. e 10 pés de larg.?

5. A que fração da milha quadrada corresponde a área do parque abaixo?



Quando tiver de achar a capacidade de um [illegible] cubo, ou de outro sólido qualquer, reduza todas as dimensões à mesma unidade de medida.

6. [illegible] de 10 pés de compr. 2 pol., 6 de larg. e 18 pol. de alt.?

7. Uma pilha retangular de lenha 4 × 4 × 8 pés cúbi- [illegible] em uma pilha de 4 pés de larg., 4 pés de alt. e 24 jardas de compr.?

8. Quantas jardas cúbicas de terra se retiraram na excavação de um fôsso de 40 pés por 24 pés por 8 pés?

Ao resolver qualquer problema, pense no que significa unidade de medida.

9. O Expresso de Mercadores percorre 220 milhas em 4 horas e 24 min. O Continental faz uma milha em 80 segundos. Qual o mais rápido? Justifique a resposta.

10. Helena é capaz de somar 100 números de dois algarismos em 248 segundos. Alice pode somá-los à razão de 30 [illegible] Justifique a resposta.

As unidades de medida e a divisão

1. [illegible]

[illegible] unidade de medida.

(Com lapis).

2. Quantos brinquedos de 15¢ se poderiam comprar [illegible] $75?

3. [illegible]

4. [illegible] 211 pol. cúbicos.

5. [illegible] 1 pés por $1\frac{1}{2}$ pés, poderiam [illegible] de papel de 2 pés de larg. por 10 pés de compr.?

6. Quantos pés quadrados há num soalho de 4 jd. de compr. por $3\frac{1}{2}$ jds. de larg.?

Uso da forma equacional

Mencionámos alhures o grande valor da forma equacional com espaços em branco a serem preenchidos com números ou quantidades, como no exercício abaixo.

I

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible] semanas	35	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	7[illegible]	[illegible]	[illegible]	21	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	14	[illegible]	[illegible]
[illegible]	28	[illegible]	[illegible]	[illegible]	28	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	42	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	63	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	49	[illegible]	[illegible]

II

1. [illegible]	.. qt. e ... pt.		9. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2. [illegible]	gal. e ... qt.		10. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3. [illegible]	[illegible]	[illegible]	11. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4. [illegible]	[illegible]	[illegible]	12. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5. [illegible]	[illegible]	[illegible]	13. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6. [illegible]	[illegible]	[illegible]	14. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7. [illegible]	[illegible]	[illegible]	15. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
8. [illegible]	[illegible]	[illegible]	16. [illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

III

1. [illegible] os [illegible] pelo número correspondente

		C	D
$16 = \frac{1}{\ } \text{ de } 32$	$8 = \frac{1}{\ } \text{ de } 24$	$2 = \frac{1}{2} \text{ de } \ldots$	$2 = \frac{1}{\ } \text{ de } 48$
[illegible]	[illegible]	$2 = \frac{1}{3} \text{ de } \ldots$	[illegible]
[illegible]	[illegible]	$\frac{1}{4} \text{ de } \ldots$	[illegible]
[illegible]	[illegible]	$\frac{1}{16} \text{ de } \ldots$	[illegible]

Preencher as faltas, como se fez nos dois primeiros exercícios [illegible] a expressão mais simples.

A.	B.	C.	D
[illegible] $\frac{3}{4} \text{ de } 12$	$7 = \frac{1}{3} \text{ de } 21$	$23 = \frac{23}{24} \text{ de } 24$	$25 = \frac{5}{6}$ [illegible]
[illegible] $\frac{2}{3}$ de 24	$8 = \frac{4}{5} \text{ de } 10$	$10 = \frac{5}{8} \text{ de } 16$	$15 = \frac{1}{10} \text{ de } 15$
$2 = \frac{1}{2}$ [illegible]	[illegible] de 10	$21 =$ [illegible] de 24	$8 = \frac{4}{5} \text{ de}$
$2 = \frac{1}{3}$ [illegible]	[illegible] de 8	$11 =$ [illegible] de 12	$8 = \frac{2}{3} \text{ de}$
$2 = \frac{2}{3} \text{ de}$	$4 =$ de 6	$10 =$ de 12	$15 = \frac{3}{4} \text{ de}$

$3 = \frac{3}{4} \text{ de } \ldots$	$4 =$ de 10	$9 =$ de 12	$15 = \frac{15}{16}$ [illegible]
$3 = \frac{1}{2}$ [illegible]	[illegible] de 5	[illegible] de 12	$15 = \frac{5}{6}$ [illegible]
$4 = \frac{1}{2}$ de [illegible]	$2 =$ [illegible] de 4	$11 =$ [illegible] de 16	$10 = \frac{2}{3}$ de
$9 = \frac{1}{3} \text{ de } \ldots$	$2 = \ldots \text{ de } 6$	$7 = \ldots \text{ de } 8$	$18 = \frac{9}{10} \text{ de } \ldots$
$10 = \frac{1}{2}$ de	$5 =$ de 15	$6 =$ de 18	$18 = \frac{1}{2}$ de
$12 = \frac{1}{2}$ de	$6 =$ [illegible] de 8	$20 =$ [illegible] de 24	$18 = \frac{3}{4}$ de
$12 = \frac{2}{3}$ de	$5 =$ de 10	$20 =$ [illegible] de 40	$24 = \frac{4}{5}$ de [illegible]
$12 = \frac{3}{4}$ de [illegible]	$10 =$ [illegible] de 15	$22 =$ de 24	$24 = \frac{3}{4}$ de
$12 = \frac{4}{5}$ de [illegible]	$15 = \ldots \text{ de } 20$	$12 = \ldots \text{ de } 24$	$21 = \frac{7}{8}$ de

[illegible] ser relacionadas no espírito do aluno [illegible] a atitude problemática, muito antes de [illegible] que [illegible] que [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] que [illegible]

Escreva os números que faltam:

$4 - 8 = \ldots$

$5 - \ldots = 14$

[illegible] 3 [illegible] 11
[illegible] 5 [illegible] 2
10 [illegible] 7 [illegible]
12 [illegible] 5

A equação é a forma mais simples e uniforme, até hoje [illegible] certas convenções de fácil entendimento, como sinais fracionários e parênteses, é susceptível de extensão infinita. Deveria ser empregada largamente no cálculo e resolução de problemas comerciais e, o seria, se o não obstasse o velho e gasto convencionalismo. E' a principal contribuição da álgebra à vida comercial e industrial e uma das contribuições que a aritmética pode também fazer. Economiza tempo, nos "drills" de simplificação de frações e outros.

Em páginas anteriores, já nos referimos à contribuição que traz à solução dos problemas a prática de indicá-los sob a forma equacional e de armar equações generalizadas de problemas tipos como os que se relacionam com preços, lucros, relações de tempo, distância e velocidade e outros.

Há ainda um terceiro campo onde as experiências com [illegible] ria grande êrro. Referimo-nos às fórmulas geométricas. [illegible] ordinário, os professores consideram as fórmulas de áreas de [illegible] volumes de prismas, cilindros, esferas, etc., e de áreas da superfície de esferas, cilindros, etc. [illegible] extremamente limitada. [illegible] depósitos, poços, medas, etc, ou [illegible] através de princípios geométricos [illegible] exercícios de raciocínio, ou ambos [illegible] que devem ser interpretadas com [illegible] elementos da representação [illegible] ao emprego [illegible]

[illegible] apontados [illegible] fórmula cuja significação não entende. [illegible] No que respeita à memória dos alunos

de escola elementar, parece muito duvidoso. Quantos de nossos melhores advogados, clérigos, comerciantes, cirurgiões, homens de estado, estancieiros, caixeiros ou donas de casa, ainda se recordarão das que aprenderam?

Dentre trinta graduados de escola elementar, nenhum terá na vida prática oportunidade de calcular a área de uma esfera ou o seu volume e si se apresentar a necessidade de conhecer a superfície [illegible] segundo a regra, o diâmetro da base para aplicar a fórmula correspondente; muito simplesmente, passará um cordel ao redor do cilindro e fará o seu cálculo da mesma maneira, simplesmente. Relativamente ao mero conhecimento dos fatos, parece-nos, pois, bastante prudente, ficar aí pela circunferência, área do círculo e volume do cilindro, deixando o estudo de pirâmides, esferas e cones para os que se destinem a especialidades em que êsses conhecimentos sejam indispensáveis.

As deduções e provas mais fáceis de algumas fórmulas (notadamente as do paralelogramo e do trapézio) são exercícios [illegible] difíceis para todos, salvo poucos, pouquíssimos. Quantos mesmo de nossos leitores serão capazes de expor a dedução e a prova da área do círculo ($S = \pi r^2$) ou do volume da esfera ($V = \frac{4}{3} \pi r^3$)?

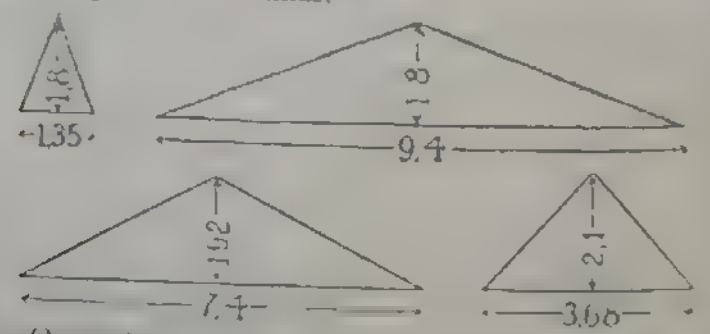
Não devem, então entrar, jamais os alunos em contacto com essas fórmulas? Se o seu único valor consistisse em serem [illegible] e oferecem ótimo meio de treino sôbre a aplicação [illegible] Os novos métodos utilizam-nas para êste fim. [illegible] fazenã-las apenas mas [illegible] tendo-as diante [illegible]

ma pelo que se ensinam fatos como: "O pêso de 1 pé cúbico de água = $62\frac{1}{2}$ lb." ou "1 metro = 39,37 pol.". Em resumo, as fórmulas mais importantes, principalmente as da circunferência e do círculo, área do círculo e volume do cilindro, devem ser estudadas tanto pela sua significação, como para conhecimento permanente e aplicações. As menos importantes devem ser, pela significação e pelo uso, por meio de exercícios, estudadas, como as que apresentamos abaixo e as págs. 233 e 234.

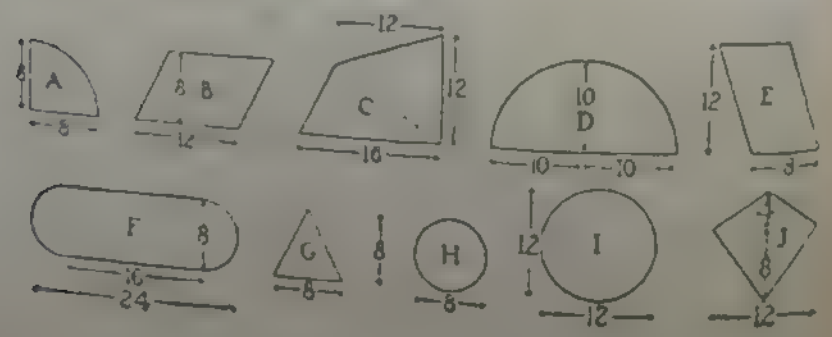
Equações

1. Que equação se costuma usar para achar a área de um triângulo?

2. Procurar a área de cada um dos triângulos abaixo. As dimensões representam milhas.



3. Quais das superfícies abaixo teem a forma de paralelogramo? Quais teem a forma de setores? Quais se compõem de um retângulo e dois círculos?



4. Usar as equações abaixo na avaliação da área de cada uma das figuras acima.

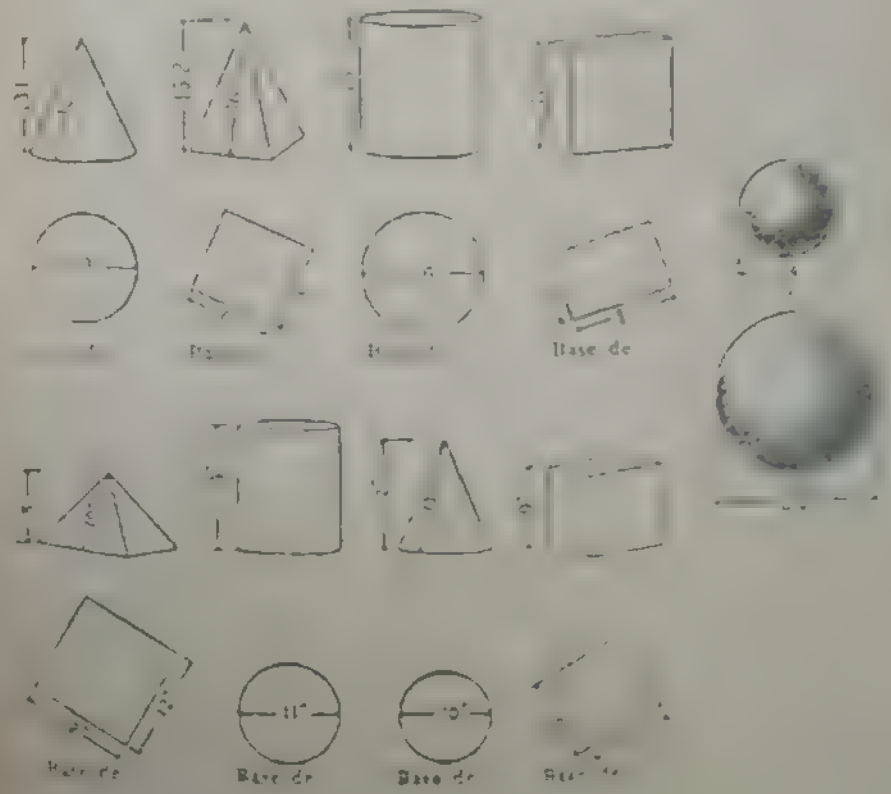
As dimensões representam pés.

5. Usar equações conhecidas (ou as que o bom senso indique) para achar o perímetro de *A, D, F, H* e *I*.

Área do círculo $= \pi r^2$. *Área do paralelogramo* = *alt.* $\times$ *base.*

Área do setor $= \frac{1}{2} r \times$ *arc.* *Área de qualquer superfície* [illegible] *a compõem.*

1. Usar as equações abaixo, na determinação do volume de cada um dos sólidos acima e da área das respectivas faces.



Cilindro, volume = *alt.* × *área da base.*

Cone, volume = $\frac{1}{3}$ *alt.* × *área da base.*

Esfera, volume = $\frac{4}{3} \pi r^3$.

Pirâmide, volume = $\frac{1}{3}$ *alt.* × *área da base*

Cilindro, superfície total = 2 × (*área da base*) + *alt.* × 2 π r).

Cone, superfície total = *área da base* + ($\frac{1}{2}$ *geratriz* × *circunf. da base*).

Esfera, superfície = $4 \pi r^2$.

Pirâmide, superfície total = *área da base* + ($\frac{1}{2}$ *alt. de uma face* × *perim. da base*).

USO INDEBITO DE "MULETAS"

[illegible] melhores para aplicação [illegible] r, contando nos dedos, escrever a [illegible] +, — e ×, como índice de cálculo, [illegible]

568
[illegible]

568
[illegible]

são unicamente para uso temporário. A solução, neste caso, está em saber se o [illegible] al, tentados a fechar os olhos a [illegible] o futuro ao presente. Para [illegible] al, criam graves embaraços nos [illegible] desse problema.

A tendência é de usá-las em demasia e por demasiado tempo. Consideremos, algumas das mais populares, aliás pouco entre professores, mas bastante entre os alunos.

Somar, adicionando as unidades, uma a uma, é uma muleta que pode ser usada na adição de inteiros, por poucos dias, para derivação de somas e, poucas semanas, como exercício de verificação das mesmas, para ser posta de lado, em seguida. Subtrair, diminuindo as unidades uma a uma, é muleta de todo condenável. A razão muito simples de tal condenação é que qualquer criança capaz de aprender aritmética pode perfeitamente aprender os fatos da adição e da subtração diretamente, em menor espaço de tempo do que requer o aprendizado com muleta.

Somar e subtrair, referindo os fatos a combinações familiares (por ex. 9 + 7 = 16, pensando "10 + 7 seriam 17, 9 é 1 menos que 10, logo 9 +7 = 16" ou 11 — 5 = 6, pensando "10 — 5 são 5, 11 é mais 1 do que 10, logo 11 — 5 = 6") pode-se chamar a isso inteligente perda de tempo. Perda de [illegible] reflexivo. Pouco prejudicam, porque se aproximam do [illegible] direto. O que se pode pôr em dúvida, entretanto, é [illegible] mais fáceis de ensinar e aprender do que o pro- [illegible]

[illegible] "[illegible]", a pespegar um sinal a cada par de números. E' preferível obrigar o aluno a guardar de memória [illegible], como sucede aliás na vida corrente, pois, os hábitos devem se formar sob as mesmas condições em que hão de ser usados, em situações semelhantes às que a vida impõe e com as reações que a vida exige. A prática do uso dos sinais +, — e × foi adotada, de um lado, para facilitar o ensino das significações de somar, soma, subtrair, diferença, multiplicar e produto, e, de outro, para poupar o aluno ao trabalho de conservar em mente o que resolveu fazer de certos números. Será preciso recorrer à experimentação para um julgamento definitivo. Entretanto, pode-se assegurar não haver [illegible] que autorize a formação de tal hábito.

Escrever as reservas da soma é, talvez, a mais popular das muletas. Convirá a abstenção total do uso dessa muleta na vida e na escola? Convirá utilizá-la nos primeiros anos, ainda que tenha de ser abandonada mais tarde?

De um lado, pode-se considerar esta uma das melhores muletas, contanto que não venha a introduzir a novas fontes de erros ou a enfeiar os trabalhos, e que torne a verificação mais rápida, embora um tanto menos digna de confiança. De outro lado as crianças podem aprender a somar sem muletas, mesmo no terceiro e no segundo ano e mostram ainda demonstrar que fazem gravemente os primeiros exercícios. E' uma das questões que se podem debater indefinidamente, sem chegar se luz. Só a experimentação poderá pronunciar a palavra decisiva, informando-nos até que ponto são úteis e até onde são prejudiciais.

Escrever números acima do minuendo ou do subtraendo, é processo quasi indefensável. Justifica-se, algumas vezes, só como meio, para tornar compreensível o processo. Se a forma empregada fosse $\$50.25$ ou $\$50.25$, a mesma que traria à vista e à mente a distração e a perda de tempo em que implicaria a interferência que teria na formação de hábitos alternativos, seria muito maior do que o bem que poderia trazer, permitindo

$$\begin{array}{r} 49\,1 \\ \$50.25 \\ \underline{19.67} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \$50.25 \\ \underline{19.67} \end{array}$$

o adiamento da [illegible] para o momento em que o aluno tivesse atingido maior desenvolvimento e capacidade [illegible] seria grave inconveniente em usar a muleta, como sucede na soma, se a alteração fôsse sempre de — 1 ou + 1, pois o aluno não teria de lembrar senão que deve fazer a alteração, sem ter de [illegible] Isto requer [illegible] eliminado antes de serem aprendidas as multiplicações "longas", [illegible] quais os olhos são distraídos por algarismos desnecessários e onde há freqüentes possibilidades de êrro.

$$\begin{array}{r} 389 \\ \underline{276} \\ 55 \\ 2334 \\ 66 \\ 2723 \\ 11 \\ \underline{778} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \$325.00 & 0.47 \\ \hline 32 & 685 \\ 2740 & \\ \hline 5100 & \\ 53 & \\ 4795 & \\ \hline \end{array}$$

[illegible]

[illegible] "[illegible]" que conservar a reserva de [illegible] mentalmente, não [illegible] ter de ser [illegible] [illegible] oferece uma forma de treino [illegible] o que parece a [illegible] de terceiro e quarto ano. O processo regular não é, [illegible]

[illegible]

lares, quer por meio [illegible] um processo mais lento em que vai [illegible] o que se acostumou a reter e reter o que estava habituado a [illegible].

Era uso quasi universal ensinar, no aprendizado de [illegible]

Somar

5 1/2	4/8
2	8
[illegible]	3/8
[illegible]	2/8
4	8
[illegible]	5/8
[illegible]	8
29	
4	

Subtrair

27 3/4	9/12
9 1/3	4/12
18 5/12	

[illegible] costumavam ser [illegible] frequentemente. [illegible] denominador comum [illegible] somar coleções raras.

[illegible] 2/3 8 2/3 1 [illegible] apresentar qualquer trabalho [illegible] a exatidão.

A [illegible] 2/4 2/3 3/4 [illegible] o mesmo [illegible] 2/4 8 [illegible] estivessem reduzidas a [illegible] 4/6 8 [illegible] jamais exige que [illegible] outro problema [illegible] lar deve ser fixado como multiplicação [illegible] podemos deixar ao cuidado [illegible] primeiro a atenção para certos fatos:

Uma resposta pode conter a [illegible] a subtração. Tratando-se de duas frações [illegible] uso corrente, a escolha de um denominador comum [illegible] mental das duas frações a essa determinação [illegible] emprêgo das frações [illegible] cil. Por exemplo, ninguém advogaria o uso da muleta, nos quatro casos seguintes:

12 3/4	3/4	7 1/2	2/4	11 7/8	7/8	17 5/8	[illegible]
9 1/2	2/4	3 1/4	1/4	6 1/2	4/8	6 1/4	2/8

Quando, porém, há a somar uma [illegible] — e a tarefa [illegible] 2/4 8 do tipo abaixo pode ser digna [illegible]

6 3/8

[illegible]

Tanto prejudica o aprendizado o uso de muletas, quanto combinações diretas, como:

		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$			
3	1	1	3	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
4	2	[illegible]	[illegible]		[illegible]		
2	1	1	1	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
4	2	2	[illegible]		2		

[illegible] sôbre [illegible] ferentes muletas, [illegible]

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. Considerar a definição e a regra seguintes: Chamam- [illegible] unidade. Por ex., \$9 e \$43 são números semelhantes, \$9 e 43 centavos são números dissemelhantes. Só se podem somar nú- [illegible]

[illegible] Um homem possue 7 cavalos, 9 vacas, e 23 ovelhas. Sua [illegible]lha deu um nome a cada um. Quantos nomes ao todo?"

2. A que aplicações úteis se presta a regra dada? Que [illegible] rejuizos pode trazer?

3. Consideremos a regra seguinte: O multiplicador deve [illegible] considerado como número abstrato e o produto é da espécie [illegible] multiplicando. Que utilidade tem esta regra? Que prejuizo pode trazer?

4. Que devemos pensar da equação seguinte: "Número [illegible] volts vezes número de ampères = número de watts". Pode [illegible] colocada dentro da regra citada em 3?

5. Citar práticas cientificamente certas e incorretas conforme a regra.

6. Qual a finalidade dos exercicios seguintes?

I

Seja r = o número de milhas por hora de percurso.
d = a [illegible] milhas
t = o tempo [illegible]

[illegible] vezes r

$$d = tr \qquad r = \frac{d}{t} \qquad t = \frac{d}{r} \qquad 3t = 3tr \qquad \frac{1}{2}t = \frac{1}{2}tr$$

II

Se a J = [illegible]

P = o número de dólares em que o juro é pago.

I = a taxa anual.

T = o tempo em anos.

Quais das equações ou fórmulas seguintes estão certas?

$J = P \times I \times T$ $\quad J = P \times I \times P$ $\quad J = TIP$

$J = \frac{P}{I} \times T$ $\quad J = I \times P \times T$ $\quad J = \frac{1}{2}(P \times I) \times$

III

Estude as equações ou fórmulas abaixo. Quando se a[illegible] [illegible] resolva os problemas 1 e 2.

Seja V = o arco de velocidade ou número de pés que [illegible] tanto determinado da circunferência de uma roda p[illegible] por minuto.

$R.P.M.$ = o número de revoluções ou voltas completas a roda faz por minuto.

r = o raio da roda, em pés ou fração de pé.

Assim $V = 2\pi r \times R.P.M.$

Logo, para achar o número de revoluções, por minuto, necessárias para imprimir à roda certo arco de velocidade,

$$R.P.M. = \frac{V}{2\pi r}$$

Seja p = o número de libras que uma [illegible] [illegible] o peso [illegible] sobre ela

l = a largura da [illegible] em polegadas

g = a espessura em pol.

d = a distância entre os [illegible] em pol.

Assim

Para uma [illegible] de carbono p = [illegible] $l \times g^2 \times d$

Para uma [illegible] de polímero de carga p = [illegible] $l \times g^2 \times$

Sendo R = a resistência de uma corda de manilha (isto é, o número de libras que uma corda de manilha pode sustentar, [illegible] rebentar).

$r = \frac{1}{2}$ do diâmetro da corda (em pol.).

$R = 720 \times$ o quadrado de $2\pi r$. Assim $R = 720\ (2\pi r)^2$.

Sendo Cs = uma carga (em libras) que a corda possa levantar à pequena velocidade.

R = a resistência da corda.

Assim $Cs = \frac{R}{7}$ ou $Cs = \frac{720\ (2\pi r)^2}{7}$

1. Qual será o arco de velocidade (em pés, por minuto) de cada uma das mós ou pedras de afiar representadas na pág. 217, a 750 revoluções por minuto?

[O desenho foi omitido aqui].

2. (a) Responder à mesma pergunta, considerando 1200 [illegible]uções por minuto.

(b) Quantas vezes é o arco de velocidade da roda de 16 pol. maior do que o da roda de 10 pol.?

[Seguem mais problemas].

7. Comparar alguns dos exercícios a que faltam números [illegible] serem preenchidos com os mesmos sob a forma de perguntas [illegible] Ver II, 56, II, 119 ou II, 250 e outros, se o tempo permitir).

8. Fazer uma lista de quaisquer "muletas" aritméticas [illegible] tenha visto em livros ou empregadas por professores, exceção feita das que foram estudadas neste capítulo.

9. Citar duas ou mais cujas vantagens sup[illegible] [illegible]

10. [illegible]

11. [illegible]

[illegible] que possam formar [illegible]
justas, para somar depois os mais, conforme se mostra

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \\ 8 \\ \hline \end{array} \qquad 10 + 10 + 9 + 4$$

e a multiplicação por 31, 41, 51, 61, etc., empregando uma outra das formas

$$\begin{array}{r} 2184 \\ 31 \\ \hline 6552 \\ \\ 67704 \end{array} \qquad \begin{array}{r} [illegible] \\ 2184 \\ 31 \\ \hline [illegible] \end{array}$$

12. Um aluno que resolveu problemas como "Qual [illegible] área de um triângulo de $14\frac{1}{2}$ pol. de base e $5\frac{1}{4}$ pol. de [illegible]tura?" revelou-se totalmente i[illegible] [illegible] recortado em papel. Qual teria sido o êrro do ens[illegible]

CAPÍTULO XI

ALGUMAS CONTROVÉRSIAS INSTRUTIVAS

Há três questões capazes de provocar entre professores de [illegible] [illegible] mentação mais abundante [illegible] subtração ser ensinado pelo [illegible] do "aditivo"? Na divisão por decimal, deve-se ensinar a mover [illegible] no dividendo e no divisor, [illegible] o inteiro ou a separar [illegible] direita do dividendo tantas casas, quantas forem as [illegible] de d[illegible] a do divisor? Deve-se permitir o uso de chaves para confer[illegible] de resultados?

[illegible] citação e empolga de tal maneira os [illegible] te, ficam, muitas vezes, relegados para plano inferior assuntos bem mais importantes.

Em qualquer dos três cas[illegible] uma discussão tendente a de- [illegible] autoridade de um [illegible] o bom senso sugere que, quando a metade, apro- [illegible] das pessoas que devem entender da questão, estão [illegible] mais de metade, de outro, não deve haver [illegible] ponto de vista sôbre o outro. Ve- [illegible] nando os três [illegible] o mesmo nú- [illegible] eu favo[illegible]

de um ou do outro não se compara em importância com a neces- [illegible] meios, reduzir o esfôrço visual [illegible] estimular a verificação de cada [illegible] processos aprendidos, buscar motivo par. [illegible] sob o ponto de vista das necessidades do aprendiz.

Nesses casos, é de supor que cada um dos processos con- [illegible] vantagens. Fora esta. Ao invés de [illegible] esteriormente, esforçando-nos por de- [illegible] devemos procurar descobrir um [illegible] todas as vantagens de ambos. Êste [illegible] se assemelha muito àquele da expedição que, chegada à [illegible] em dois grupos, porque [illegible] a ponte bloqueada a dez m- [illegible] e perder tempo em ir tão longe — quando era possível que se encontrasse um barco nas imediações!

Será, portanto, conveniente analisarmos estes três casos ti- [illegible] pela esperança de [illegible] exercício de confrontação de vantagens.

DOIS MÉTODOS PARA O ENSINO DA SUBTRAÇÃO

Os dois processos usados para efetuar a subtração, consistem, em essência, no seguinte:

Método subtrativo

370520
160875

200645

[illegible] O 2 [illegible] 1 10 menos 5 — 5
[illegible] O 2 [illegible] 4 11 menos 7 — 4
[illegible] O 10 [illegible] valendo 9 e o
[illegible] 11 menos 8 — 3.
[illegible] — 0
[illegible] 0
[illegible] 1 — 2

Método aditivo

370520
160875

[illegible] 10 menos 5 — 5. O 7 passa para 8.
O 2 passa para [illegible] 12 menos 8 — 4. O 8 passa para 9.
O 5 passa para [illegible] 15 menos 9 — 6. O 0 passa para 1
O 0 passa para 10. 10 menos 1 — 9. O 6 passa para 7
7 menos 7 — 0
3 menos 1 — 2

O processo de "pedir emprestado" ou subtrativo, baseia-se [illegible] e subtraindo o mesmo número ao minuendo, êste não se altera. O processo "aditivo" [illegible] no axioma de que, somando o mesmo número ao minuendo e ao subtraendo, a diferença não se altera.

Observe-se que em ambos os métodos dizemos 10 menos 5 — ..., 11 menos 7 — ... 12 menos 8 — ..., etc. e não [illegible] 10, 7 e [illegible] 11, 8 e [illegible] — 12. Poderíamos usar do mesmo modo, com acêrto, a forma 5 e ... — 10, 7 e ... — [illegible] escolha entre diminuir o minu- [illegible] independente do [illegible] subtração (por ex em [illegible] 2 tirado 1 fica 1". [illegible] 2 é preciso mais [illegible] na subtração [illegible] que [illegible] "10, 5, 5" diretamente, [illegible] de que 5 [illegible] mado a 5 faz 10. [illegible] 1", e adicionando [illegible] subtrativo e aditivo [illegible] diferentes [illegible] subtração [illegible] — [illegible] — 1?

(2) [illegible] ter esta forma até que te- [illegible] tão diretamente? Até chegar [illegible]

mos a pensar, quando subtraímos, só "10, 5, 5", "[illegible] devemos pensar "5 e ... = 10", "6 e ... = 14" ou alter[illegible] linguagem interior, esta forma verbal para "10 [illegible] "5 de 10" ou ainda usar "5 e ... = 10 [illegible] 0 = ?" ou "10 menos 5 = ... ou 5 de 10 = [illegible] o problema?

(3) Devemos diminuir no minuendo ou acrescentar subtraendo?

Procedamos por ordem.

Há vantagem em aproveitar os conhecimentos [illegible] para facilitar a derivação das combinações da subtração, p[illegible] tempo e, o que é mais importante, estimula ma[illegible] pensar ativamente do que a decorar ou contar. Ha desvan[illegible] porque o aluno pode confundir os processos, somando, q[illegible] deve subtrair e vice versa. "2 e quanto = 5?" é mais [illegible] afundivel com "2 e 5 = quanto?" do que "5 men[illegible] 2 = quanto".

Parece que a grande maioria dos técnicos estariam a fav[illegible] do aprendizado inicial dos fatos elementares da subtração p[illegible] derivação dos fatos da adição (auxiliado por subtrações objet[illegible] tas) si se pudessem assegurar de que o aluno distinguiria, [illegible] damente, a subtração [illegible] sendo capaz de dar-lhe nome[illegible] apropriados, como [illegible] Bem que tal operação [illegible] questões como "Perdeu, ficou" "C[illegible] anhou, gastou, tem", etc. quante[illegible] velho, mais longo do que...?" Ter[illegible]

Chegamos, agora, à segunda questão: "Convém reter a forma "e ... ou para" ou substituí-la por "menos ou de" ou permitir o uso de mais de uma forma verbal, até que tenhamos aprendido a pensar no resultado diretamente, pela própria situação, sem interferência de qualquer forma verbal?"

Antes de entrarmos em discussão, é melhor confessar lealmente, que não lograremos resposta segura. Há fôrças demais em conflito.

A subtração tem dois empregos principais. Em um conjunto de aplicações, é claramente um resto; em outro, uma diferença. O primeiro é o *que dá mais na vista*, o que mais impressiona, é o mais dramático; o segundo, o mais frequente. Todos os restos podem ser considerados como diferenças, embora algumas vezes, com certo esfôrço de pensamento; as diferenças, porém, não podem ser concebidos como restos, senão com muito maior esfôrço. O têrmo resto, a maior parte das vezes, evoca problemas irreais. Assim, os casos: "Tive, perdi, [illegible] na realidade, [illegible] ficou [illegible] Fiz, com, deixei [illegible] não, contando os *tidos* e os *feitos*, nem contando o *perdido* e o *comido* e subtraindo, mas simplesmente contando as moedas e os [illegible] transfor- [illegible] pensado como resto, mas [illegible] com "Fiz... Há agora... Comemos...". De fato, com [illegible] e o subtraendo são am- [illegible] bos conhecidos sem cálculo, ou o minuendo é conhecido e o sub- [illegible] determinação de restos real- [illegible] que [illegible] tue uma imbecilidade.

[illegible] "Quanto ... é mais [illegible] lho?" "Quanto custaria mais?" [illegible] qual o meu lucro ou prejuízo?" [illegible] importantes na vida [illegible] os problemas de resto.

[illegible] las, poder-se-ia concluir que, a [illegible] ma verbal, seria preferível a forma [illegible] adapta muito melhor à idéia de obter [illegible] formas *menos* ou *de* que se [illegible] um resto. Entretanto, estas mes-

mas considerações podem ser aduzidas em defesa do uso de *ambas*. As duas idéias — achar a diferença em geral e achar a diferença, quando esta representa o que ficou de se haver tirado alguma coisa — são tão distintas que, pode-se dizer, deveriam corresponder a diferentes formas verbais. Não será bem empregado o tempo exigido para conhecer 15 menos 7 — 8 como equivalente em resultado a 7 e ... — 15, visto que o seu sentido "tirando 7, que fica?" se adaptará muito melhor aos problemas de resto e, com toda a certeza, será a forma por êles sugerida? Êste argumento põe em foco a questão geral de aprender a fazer uma só coisa por vários modos.

Muitos professores atacariam vigorosamente o ensino de uma dupla forma de pensar no fato "10, 5, 5". Exigiriam, logo, razões profundas que justificassem tal modo de proceder. Deveríamos todos aceitar, diriam, o princípio de que não se devem formar dois ou mais hábitos, quando um só basta. Mas nós poderíamos replicar que não se trata, aqui, de uma só coisa, que "10, 5, qual é o resto?" e "10, 5, qual é a diferença?" não podem ser tão bem manejados por um como por dois hábitos. Decida-se o que se decidir sôbre êste argumento, o certo é que o bom ensino da subtração requer adaptação a ambas as espécies de problemas, aos de resto e aos de diferença, especialmente aos últimos.

Qual pois, a forma a escolher, se uma só for adotada, e [illegible] a mais fácil e mais "natural". Si aprendem a pensar os fatos da subtração sob a forma "menos ou de", [illegible] outros quando tenham [illegible] por ex[illegible] "10 menos 5..." assim [illegible] "10 [illegible] 5 [illegible] dirá e tal[illegible] "5 [illegible] 10" [illegible] e [illegible] "10 [illegible] 5 [illegible] 10, [illegible] 5" [illegible] 5 [illegible] 10, [illegible] natural [illegible] adquirido. [illegible] a [illegible] an-

[illegible] a procurar uma [illegible] do que o modo por que temos praticado [illegible] o mais fácil e o mais natural... para nós. Na realidade [illegible] da maioria dos professores, a forma "[illegible] ou para" [illegible] quanto a forma natural para as crianças que aprendem por ela [illegible] que por esta aprendem.

Concluindo, parece haver saldo a favor da adoção [illegible] "regular", [illegible] como [illegible] verbal predominante e "regular", [illegible] de prática [illegible] de problemas [illegible] verificação objetiva, e de exercícios como 10 — 5 = ..., 9 — 3 = ..., 10 — 7 = [illegible] em que se lê [illegible] verbal [illegible] ou de [illegible] ponto de partida [illegible] o minuendo [illegible] o [illegible] dos processos [illegible] o número [illegible] Como se expôs, tal escolha é inteiramente independente [illegible] do fato de pensar o aluno, dentro de sua experiência dos fatos da subtração, sob a forma verbal *e ..., para de* ou *menos*.

Subtrair no minuendo tem a vantagem de oferecer maiores [illegible] à compreensão da natureza de [illegible] Aumentar no subtraendo traz a vantagem [illegible] um tanto a [illegible]

Para uma criança bastante adiantada, aprender a "pedir emprestado" uma dezena e trocá-la em unidades, pode empres[illegible] tado uma centena e trocá-la em dezenas, etc., equivale a receber uma lição valiosa sôbre o valor relativo do número. Aprender a "pedir as dez unidades emprestadas ao minuendo" e "receber uma dezena ao subtraendo", constituirá uma [illegible] lição que, em [illegible] possível, terá todas as probabilidades de ter [illegible] Não é [illegible] de serem as dimensões [illegible] [illegible] e [illegible] Não é que [illegible] seja [illegible] Como é que a lógica de pedir [illegible] um número tanto quanto se lhe oferece [illegible] que a lógica de somar ao subtraendo o mesmo que

se somou ao minuendo. Provàvelmente, para maior número de crianças é mais compreensível a primeira.

A maior ou menor facilidade oferecida pelo emprêgo de um ou outro dos dois processos é oriunda do fato de, em casos de zeros sucessivos no minuendo, exigir o primeiro a troca labo- [illegible] de começar a escrever, na resposta, um só algarismo correspondente, e exigir mesmo o aprendizado de processos diferentes para 16, 30 16, 300 2116, 3000 e o segundo, o hábito único de somar um ao subtraendo, após cada adição de 10 ao minuendo. Como são muito comuns as subtrações com minuendos representados por números inteiros de dólares e por $10.00, $20.00, etc., o caso lembrado acima parece merecer consideração. De outro lado, temos de contar com os casos em qu a adição de 1 se faz a 9, dando 10, o que exige do [illegible] cessivos no minuendo.

Seria precipitado [illegible] os algarismos do subtr [illegible] melhor ou 5 [illegible]

[illegible], a, até ser atingida a quantia dada em pagamento. É tam- [illegible] que o aluno que aprendeu na forma "e ... ou [illegible]", estará parece um tanto mais à vontade para achar o [illegible] [illegible] fazer troco. É ainda verdade que fazer tro- [illegible] modo, mais facilitado por ela, se aprendemos a [illegible]

Uma coisa é fazer tróco com moedas. Nes [illegible] de dar moedas dos valores de 1, 5, 10, 25, 50, [illegible] soma perfaz a diferença; não precisamo [illegible] sa diferença. Coisa mui diversa [illegible] emos co [illegible]

Fazer tróco não é subtrair; é ir somando até [illegible] pontos bem definidos. Fazer exercícios de troco para [illegible] os pontos 5, 10, 15, facilita um tanto o aprendizado da [illegible] da subtração e mais a esta se ensinada [illegible] confundindo o aluno e interferindo [illegible] a "e ... ou para", e nada tem absolutamente a ver com o mérito de um ou outro processo [illegible] ou dividir [illegible]

DOIS MÉTODOS PARA O APRENDIZADO DA COLOCAÇÃO DA VIRGULA NA DIVISÃO DE DECIMAIS

Examinemos as duas regras:

A

Faça um sinal no dividendo tantas casas para a direita da vírgula, quantas forem as casas de dízima do divisor. [illegible] imediatamente depois de dividir [illegible] vírgula [illegible] tantos zeros quantos [illegible]

B

[illegible] multiplicando-o por [illegible] 100 ou [illegible] pelo divisor [illegible]

A primeira [illegible] (1) Em [illegible] (2) [illegible] (3) A [illegible]

A segunda [illegible] vantagens de ter enunciado [illegible]

simples e ser, segundo se afirma, mais fácil de aprender, havendo surgido da dificuldade que encontravam os alunos em aplicar a primeira.

[illegible] *quociente deve ser — dividendo.* E por conseqüência (D) ***O número de casas de dízima do divisor + o número de casas de dízima do quociente — o número de casas de dízima do dividendo*** [illegible] vírgula se [illegible] obter [illegible] quociente — dividendo. Assim, por exemplo, sabemos que o quociente de 8,75|3,5 não pode ser 0,25 nem 25, mas 2,5; que o quociente de 87,5|3,5 não pode ser tão grande como 250, nem tão pequeno como 2,5. Sòmente em casos como 0,0875|0,035, 875|0,035 ou 0,0875|0,35, [illegible] dízima.

[illegible] como o seguinte:

1. Quanto minutos levará uma motocicleta para percorrer 12,675 milhas, a motocicleta de 0,75 milhas por minuto?

```
12,675|0,75
75      16,9
517
450
 675
 675
   -
```

2. Verifique multiplicando 16,9 por 0,75
3. Compreende que o quociente deve ser maior que 1?

1. [illegible]
3. [illegible] 37,5 — 1,5
6. [illegible]
7. [illegible] 0,25 ou 25%
8. [illegible] 7 [illegible]

[illegible]

[illegible]

9. [illegible]

[illegible] 0,21 × 21 = 21 ou 210

10. [illegible] 1,8

11. 37,5 [illegible]

[illegible]

12. 37,5 [illegible] 12,5

[illegible] 0,03 × 3 = 3—30 ou 300

13. 0,25 [illegible]

[illegible] 0,5 × 0,5 [illegible]

14. 0,25 [illegible] 1,25

[illegible] 0,5—0,5 ou 500

[illegible] comum [illegible] a vez [illegible] quociente não de [illegible] a regra D, que [illegible] da inspe- [illegible] regra A ou D [illegible] resulta [illegible] da inta- [illegible] vez que não [illegible] inspeção. No [illegible] a ver a es- [illegible] e-a-la. [illegible] mesmos [illegible] tera che- [illegible] cabeça do [illegible] regra.

[illegible] mais de [illegible] — [illegible] a regra A ofe-

[illegible] Relações [illegible] pode adap- [illegible] como em B.

B.

[illegible] tempo [illegible] cada [illegible] por 10, 100 [illegible] cerca [illegible] ou 0,875 0,03, pode ter

25

[illegible] que [illegible] dividido por 100 e, chega- [illegible]

25

[illegible] 3 [illegible] que [illegible] terá de ser [illegible]

[illegible] B [illegible] capital [illegible]

AS CHAVES

[illegible] quase geralmente de [illegible] comum [illegible]

[illegible] contrários [illegible] de chave

[illegible] operações para verificar [illegible] resultados, e [illegible] confirma o mesmo [illegible] tanto seria mais [illegible] verifi[illegible] ajudá-la.

Não é de nossa intenção discutir, aqui, estes e outros ar- [illegible] que certos aspectos dos novos métodos podem imprimir à questão, e sôbre dois fatos de grande monta para os quais, tanto os adeptos como os adversários da chave, raramente, atentam.

Notemos, em primeiro lugar, que os novos métodos apresentam muito mais trabalhos com números baixos do que com números elevados, muito mais adições de poucas parcelas do que adições de muitas parcelas, muito mais frações de uso comum do que de uso raro, mais trabalhos com cálculos simples de emprêgo freqüente no comércio, do que com transações que envolvam quantias, tempos e taxas não usados. Segundo, que ensinam muito mais profunda e sistemàticamente a verificar o resultado, isto é, facilitam a verificação do trabalho e exercitam o aluno na prática de efetuá-la. Daí sentirem estes muito menos a falta de chaves, do que aqueles que aprendiam pelos velhos métodos. Terceira, os novos métodos preocupam-se muitíssimo mais do que o faziam os métodos tradicionais com a formação de capacidades definidas. A tarefa do aluno é enunciada de modo bem diverso. Onde os velhos métodos ordenavam "Fazer tais e tais exercícios" os novos métodos dizem "Pratique *até que possa fazer tudo,* (*) *sem êrro, em . . . minutos.*" Aqui se evidencia o mal do abuso da chave. O aluno trabalha para adquirir certa capacidade e não para obter certa quantidade de respostas. Se trabalha com cuidado suficiente, verificando os resultados independentemente, sabe que pode resolver o teste. Se confia demasiadamente na chave, não saberá verificar, por si mesmo, seus trabalhos, ficará dominado por um sentimento

(*) Deve haver, entretanto razoável tolerância para certos lapsos e cochilos, porquanto até os melhores calculistas os cometem.

de auto-[illegible] virtuamento da chave, se a possuir.

Passemos, agora, aos dois fatos acima aludidos. Primei- [illegible] se permite o uso de chaves, do que àquelas cujos alunos verifi- cam [illegible] mos a multiplicação de um número de três algarismos por outro de três algarismos, como $\frac{409}{325}$. Comparemos os alunos de duas turmas a quem se dêem 20 contas, exigindo-se exatidão do produto e dos produtos parciais, permitindo a uma o uso da chave e a outra não. Suponhamos que todos os alunos que [illegible] a chave sejam honestos, que não se aproveitem dela para [illegible] à soma dos produtos parciais, ou mesmo para d[illegible] mas ùnicamente para confrontar com ela o resultado final [illegible] refaçam todo a operação, se não conferirem. Suponhamos que os alunos que não usam chave, verifiquem, invertendo os fatores e multiplicando e só considerem um resultado satisfatório, quando a primeira verificação coincida com a original ou, [illegible] dindo, uma segunda verificação coincida com um dos [illegible] sultados primeiramente obtidos.

Assim, ao fim do trabal[illegible], os alunos que [illegible] tiverem usado chave, terão feito de 150 a 200 por cento mais cálculos do que aqueles que tiverem trabalhado com ela, porque um aluno que erre, digamos, 6 das 20 contas na prim[illegible] o, usando a chave, terá feito em média 20 [illegible] em primeira verificação, [illegible] ou 171 por cento mais [illegible]

Quanto maior fôr o domínio do aluno sôbre [illegible] tanto mais elevada será a percentagem. A percenta[illegible] dependerá também da razão existente entre o trabalho d[illegible] e o trabalho de primeira avaliação [illegible]

O professor deverá, p[illegible] sideração o uso ou não uso de cha[illegible] dições, os trabalhos a serem verificados pelos [illegible] devem ter uma extensão de meio a três quartos [illegible] os que o sejam por meio de chaves [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] PARA DISCUSSÃO

[illegible]

1. [illegible]

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

[illegible]

[illegible] DE [illegible] PROBLEMAS

[illegible]

[illegible]

[illegible]

referência, o seu desconhecimento viria, indiretamente a servir de tropêço. Ensiná-los não toma muito tempo e, se o fizermos convenientemente, não confundiremos o aluno nem o estimularemos a usar palavras em vez de conhecimentos reais. Dos sete, talvez os piores sejam *minuendo* e *subtraendo*. Quasi ninguém, salvo professores, e quasi nenhum livro, a não serem aritméticas, os aplica.

Os únicos têrmos técnicos acrescentados pelos novos métodos foram *recíproca* e *número decimal mixto* (*). Entretanto, dão-se ao trabalho de ensinar a significação de certas palavras e expressões (em geral, não por definições, mas pelo uso correto em contextos que lhes dão sentido), como *junto, ao todo, ambos, tanto quanto, tantas vezes quantas, total, igual e iguais, dividido igualmente*, que o aluno necessita conhecer e talvez não haja aprendido nas suas experiências gerais, quer em casa, quer na escola.

Em suma, um têrmo deveria ser ensinado no momento em que fôsse necessário e, em regra, imediatamente à assimilação do próprio fato. A precedência do nome sôbre o fato pode [illegible] zação de palavras; e o seu adiamento, para muito depois do co- [illegible] lhável transferir para mais tarde a [illegible] especialmente, quando êste é um [illegible] expressão clara, porém, mais [illegible]

mero de baixo", em nada será prejudicada. Todavia, os novos métodos evitam a linguagem infantil — os substitutos pouco precisos, grosseiros ou estranhos de têrmos técnicos, embora mais fáceis de entender no momento, como: "9, tirando fora 2" ou "9 perdendo 2". Não é difícil aprender o têrmo adequado, quando o próprio fato foi bem assimilado. Ademais, o conhecimento de têrmos precisos, isto é, de têrmos apropriados, facilita novas adquisições e maior aproveitamento, através das palestras dos colegas mais adiantados e da família e das referências que aparecem nos livros.

DEFINIÇÕES

Definições não podem substituir experiências. A finalidade da definição é cooperar com a experiência do aluno e não substituí-la. Uma que outra vez, pode preceder a experiência, servindo-lhe de estímulo, preparação ou guia. Ainda assim, a definição deve, de ordinário, repousar em algumas experiências prévias que lhe dêem ao menos sentido parcial. De comum, acompanham a experiência ou a seguem, como um resumo con- [illegible] nárias em somas e subtrações.

As definições devem ser consideradas não só como o mobi- [illegible] coado da mente cuja educação completam, [illegible] de trabalho ou [illegible] Como ficou esclarecido [illegible] aluno aprende sôbre qual- [illegible] não carece de aprender [illegible]

Observe-se que se teve o cuidado de não dizer que "área [illegible] VI, sobre a extensão e o aperfeiçoamento gradativo do conhe- [illegible]

Visto que as definições só devem ser aprendi[illegible] [illegible] de pensar e agir que se lhes associam.

Daí dedicarem os novos métodos mui[illegible] [illegible] métodos. Det- [illegible] sob a letra A [illegible]

A

[illegible] unidade

Algarismos são os caractéres que se empregam para representar os números.

Fração é uma ou mais partes iguais da unidade.

Adição é o processo pelo qual se acha um número igual a dois ou mais números juntos.

Divisão composta é o processo pelo qual se acha uma das partes iguais de um número composto.

Evolução é o inverso de involução.

B

Uma unidade é um.

Numero abstrato é o que não se aplica a determinada espécie de unidade.

Denominação é o nome de qualquer unidade de medida.

Números semelhantes são os que representam a mesma espécie de unidade ou a mesma espécie de grandeza.

Área de qualquer superfície é o número de unidades de área que esta superfície contém.

Tempo é uma porção medida de duração.

REGRAS

As regras deveriam, como as definições, decorrer da experiência do aluno, resumindo o que está aprendido ou esteja [illegible] fácil memorização e cuja evoca[illegible] le guia. Os velhos métodos [illegible]

$$\frac{4}{5} \times 1\frac{1}{2} \text{ pol.} =$$

$$\frac{4}{5} \times 1 \text{ pol.} =$$

[Segue-se uma página de verificação por meio de desenho e comparação de áreas].

Toda regra deve constituir parte de uma capacidade ativa e progressiva que vai ampliando a sua compreensão na razão direta do desenvolvimento da capacidade. Todas as regras ensinadas devem ser verdadeiras, mas não se deve esgotar logo às primeiras experiências toda a verdade sôbre uma operação. Os velhos métodos adaptavam o aprendizado a um conjunto de regras fixas. Os novos adaptam as regras ao aprendizado.

Assim, hoje, o aluno aprende nesta ordem: "Quando tiver de somar $\frac{}{2}$ e $\frac{}{4}$, pense que $\frac{1}{2}$ são $\frac{2}{4}$". "Quando tiver de somar ou subtrair $\frac{}{2}$ e $\frac{}{8}$, pense que $\frac{1}{2}$ são $\frac{4}{8}$". "Quando tiver de somar ou [illegible]

outra, escreva primeiro as duas quantias em centavos ou dólares; depois divida".

Meio ano mais tarde, esta simples advertência é substituída por:

"Quando o dividendo e o divisor representam dinheiro, devem-se reduzir ambos a dólares ou a centavos e dividir depois.

"Quando tanto o dividendo como o divisor representam medidas de comprimento, reduzem-se ambas à mesma unidade, polegadas, pés, jardas, rods ou milhas. Depois, divide-se.

Quando tanto o dividendo como o divisor representam áreas, reduzem-se ambos à mesma unidade, polegadas quad., pés quad., jardas quad., rods quad., acres ou milhas quad. Depois, divide-se.

Um ano após ou mais tarde ainda, generaliza-se:

"Para saber quantas vezes uma quantidade contém outra, antes de dividir, reduzem-se à mesma unidade".

Quando o aluno tem o domínio de uma operação resumido em uma regra, se o conhecimento desta não o auxilia a aprender alguma cousa mais, que proveito lhe trouxe o aprendizado da regra? Por que aprendê-la?

[illegible]

no capítulo VI, bastarão alguns exemplos para aclarar a distinção entre uma e outra espécie de regras.

REGRAS ESSENCIAIS

Na subtração, o número menor mais a diferença deve ser igual ao número maior.

Divisor × quociente deve ser igual ao dividendo.

Para multiplicar um número por 10, acrescenta-se 0.

Para multiplicar um número por 100, acrescenta-se 00.

Para multiplicar um número por 1000, acrescentam-se 000.

[illegible]

[illegible]

Para multiplicar por fração, multiplica-se pelo numerador e [illegible] pelo denominador.

Para dividir por qualquer número, basta multiplicar pela sua fração [illegible].

A quantidade representada por um algarismo depende da [illegible] que ocupa.

Para dizer quantas vezes uma quantia contém outra [illegible] e [illegible] a [illegible] de medida.

Antes de dizer qualquer problema deve-se pensar sobre o que [illegible] a unidade de medida.

CONVENÇÕES ÚTEIS

Deve-se começar a somar pela coluna da direita.

Deve-se somar cada coluna de baixo para cima e verificá-la de cima para baixo.

Para [illegible] qualquer número de [illegible] e certificar-se deve-se [illegible] a prova [illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible] multiplicando.

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. Classifique o leitor as definições abaixo, relativamente ao grau de correção. Marque com um 0, as que lhe pareçam totalmente falsas; com um 4, as que lhe pareçam totalmente verdadeiras, e com 1, 2 e 3 as que representem graus intermediários.

Classifique-as relativamente ao grau de compreensibilidade. 0 deve significar que só dificilmente poderá ser entendida pelas crianças do ano indicado, [illegible] que o [illegible] leitor não poderia formular uma definição mais compreensível; 1, 2 e 3, os graus intermediários.

Classifique-as relativamente ao auxílio que [illegible] prestar ao aprendizado. (E' óbvio que se [illegible] leitor obtiver o coeficiente 0 nos dois primeiros casos [illegible] compreensibilidade, terá, também, 0, como [illegible], mas poderá [illegible] 4 em compreensibilidade ou correção ou em ambas e ser de baixo coeficiente como auxílio). Empregue 0 para as que lhe pareçam incapazes de facilitar o aprendizado ou auxiliar a fixação de alguma noção útil, 4, caso julgue impossível formular outra melhor; 1, 2 e 3, para os graus intermediários.

2.º e 3.º ano

a. 0 quer dizer *nenhum*. 0 rapazes quer dizer nenhum rapaz. 40 quer dizer 4 dezenas e nenhuma unidade.

b 0 chama-se *nada* e emprega-se para preencher as ordens vagas.

c O algarismo 0 quer dizer *nada* [illegible] para [illegible]

d 0 quando está sozinho, não tem valor.

e Os outros nove algarismos representam cada um [illegible] [illegible] e chamam-se algarismos significativos.

3.º ano

f Multiplicação é o processo pelo qual [illegible] número tantas vezes quantas as unidades [illegible]

g Multiplicação é o processo pelo qual [illegible] certo número de vezes.

[illegible] Multiplicar é uma operação abreviada que consiste [illegible] vezes um número, quando se [illegible]

[illegible] se pede a resposta para [illegible]

Quanto são 4 [illegible] 32?
Quanto são 3 [illegible] 32?
Quanto são 8 [illegible] 5?
Quanto são 4 [illegible] 32?

[illegible] 3 [illegible] 32 [illegible] 35 [illegible] 35 [illegible]

Se [illegible] 3 de 32 [illegible]

Se [illegible] 3 [illegible] 32 ou 32 [illegible] 3 [illegible]

[illegible] 5 [illegible]

[illegible] números que representam [illegible]

[illegible] A [illegible] um número [illegible]

[illegible] Número [illegible] o número de [illegible]

[illegible] Área [illegible] de área de [illegible]

[illegible] A área de [illegible] é a grandeza [illegible]

[illegible]

[illegible] 0,07, [illegible] 0,8, 0,475, 0,2782 [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] expressões [illegible]

[illegible] que se [illegible]

2. [illegible] das regras [illegible] segundo [illegible]

de [illegible] utilidade relativamente à facilidade [illegible] se fez com as definições do Exercício [illegible] o grau de importância, [illegible] que considere de quasi nenhuma importância; 4, para indicar que é uma das vinte ou trinta regras [illegible] da aritmética: 1, 2 e 3 para os casos inter[illegible]

3.º *ano*

a. Na leitura de números inteiros a unidade simples deve [illegible] a [illegible].

b. Um milhão eqüivale a mil milhares.

c. Para ler números de três algarismos, enunciam-se as [illegible], as dezenas e as unidades num todo de unidades.

3.º *e* 4.º *ano*

d. Regra para notação: Começar à esquerda, escrevendo [illegible] algarismos de cada classe na ordem apropriada, preenchendo [illegible] cifras as ordens e classes que faltem.

e. As unidades de cada classe valem 1000 unidades da [illegible] imediatamente inferior.

f. Quando um algarismo é [illegible] para uma casa a [illegible] 10 unidades de ordem imediata [illegible]

g. As unidades de qualquer ordem não podem ser subdivididas em unidades de ordem semelhante.

h. O número menor mais a diferença deve ser igual ao número maior.

0 vezes um número é 0.

O multiplicador é sempre um número abstrato [illegible]

[illegible] anos 3.º e 4.º [illegible]

5.º *ano*

n. Para subtrair um número misto de um inteiro ou de outro número misto, começa-se a subtrair uma fração que o

[illegible] inteiro; soma-se a menor fração ao maior; depois, [illegible] subtrai-se.

n. Para subtrair números mixtos, subtraem-se primeiro as frações e depois os inteiros.

o. Para reduzir frações a [illegible] do denominador comum, [illegible] multiplica-se o numerador e o denominador pelo mesmo número, [illegible] o numerador e o denominador de uma fração por outra.

p. Para dividir ou multiplicar uma fração pelo termos mais [illegible] multiplicam-se ambos os termos por 2, 3, 4, 5 ou qualquer outro número.

q. Para simplificar uma fração, dividem-se ambos os têrmos por 2, 3, 4 ou qualquer outro número menor.

r. Para somar frações, devem-se reduzir as frações semelhantes [illegible] somar a soma dos numeradores [illegible] A fração resultante reduz-se a [illegible] extraem-se os inteiros e, se for fração maior, extraem-se os inteiros, transformando em número misto.

s. Para somar ou subtrair frações, reduzem-se ao mesmo denominador.

t. Para transformar um número misto em fração imprópria, multiplica-se o inteiro pelo denominador e soma-se o numerador e o produto; sob a [illegible] escreve-se o denominador.

u. Multiplicando ou dividindo os têrmos de uma fração pelo mesmo número, a fração não muda de valor.

v. Para dividir uma fração por outra, reduzem-se ambas a frações [illegible] o numerador da fração dividendo pelo numerador da fração divisor.

x. Para dividir uma fração por outra, inverte-se e multiplica-se.

y. Para dividir por frações, inverte-se a fração e multiplica-se.

z. Para dividir por frações, inverte-se a fração divisora e multiplica-se.

aa. Para dividir por fração multiplicam-se pela sua inversa.

ab. Qualquer alteração feita no dividendo, [illegible] multiplicação ou divisão, produz igual alteração no quociente, mas a

mesma alteração feita ao divisor, produz uma alteração oposta [illegible] no quociente.

bb. O divisor vezes o quociente deve ser igual ao dividendo.

cc. O número de casas de dízima do divisor mais o número de casas de dízima do quociente deve ser igual ao número de casas de dízima do dividendo.

[illegible] deve-se escrever a vírgula no quociente.

ee. Para chegar a um resultado correto na divisão de inteiros ou decimais, deve-se:

I. Procurar certificar-se de cada estimativa, antes de passar à seguinte.

II. Multiplicar cuidadosamente o divisor por cada digito [illegible] conveniente

[illegible] gitos correspondentes do dividendo.

[illegible] divisões [illegible] multiplicando o [illegible]

[illegible] "Quantos centenas [illegible]

[illegible] 32" quer dizer [illegible]

[illegible] cento [illegible] cuidado em [illegible] *por cento*

CAPÍTULO XIII

TESTES E EXAMES

FINALIDADE

Os testes e exames podem servir pelo menos, a sete finalidades diferentes:

[illegible] capacidade relativa [illegible] do grau de aproveitamento [illegible]

(2) Para [illegible]

(3) Para informar [illegible]

(4) Para informar o aluno de sua capacidade [illegible]

As expressões capacidade relativa e capacidade [illegible] empregadas para exprimir, respectivamente, a [illegible] sua posição em relação [illegible]

(5) Para [illegible]

(6) Para estimular o aluno a melhorar os trabalhos [illegible]

(7) Para tratar e examinar os [illegible]

Qualquer pessoa capaz convira em que os [illegible] e quarto são mais importantes do que o primeiro e o [illegible] — que o progresso de um aluno em relação a [illegible] e a sua posição [illegible] é mais importante [illegible] cido do que o seu adiantamento sôbre qualquer [illegible] estivesse à frente anteriormente ou a seu [illegible] se

[illegible] precedentemente. A ordem [illegible] de uma classe possue certo grau de in- [illegible] que [illegible] aqueles que distantam a po- [illegible] uma vez conhecida a capa- [illegible] de dirigir desta. Esta, porém, [illegible] A [illegible] a segunda mede [illegible] apenas.

Convirá ainda que a informação específica que auxilie o [illegible] e os pontos [illegible] que uma classifica- [illegible] do aproveitamento de [illegible] Pelos mesmos motivos, o [illegible] específico de suas [illegible] próprias capacidades do que o do conhecimento de um relatório mensal ou anual do preparo geral da classe.

[illegible] e fatos acima refe- ridos, os novos métodos propuseram-se descobrir um instru- mento aferidor do rendimento escolar mais sensível do que me- ras provas, mediante as quais o aluno, ano a ano recebe uma classificação total.

TESTES GRADUADOS OU TESTE "ESCALA"

[illegible] começando com [illegible] após [illegible] do fa- [illegible] ao aluno o emprêgo de todos os seus recursos.

São dêste tipo o teste que segue e os que se encontram [illegible] 25 e 36.

ESCALA DE DIVISÃO

[illegible] inteiro. Quan- [illegible] ou números mixtos, [illegible]

11. passo Procurar [illegible] até a terceira casa decimal

a. 8 [illegible] 37 b. 6 11,25 c. 2[illegible],25 0,045 d. $293\frac{7}{5} \div 61{,}5$

10. passo Procurar os quocientes exatos:

a. 12[illegible] 2,5 b. 3,55 0,25 c. 20 25 0,045 d. 42,3 0,05

9. passo a. $6\frac{2}{1} \div \frac{3}{1}$ b. $\frac{1}{4} \div \frac{3}{8}$ c. $10\frac{1}{3} \div \frac{7}{8}$ d. $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

e. $\frac{3}{4}$ [illegible] $\frac{1}{8}$

8. passo Substituir os pontos pelos números que faltam:

a. \$10 — ... × $66\frac{2}{3}$ ¢ b. \$25 — ... × $16\frac{4}{3}$ ¢ c. \$5 — ... × $62\frac{1}{2}$ ¢

d. \$50 — ... × 75 ¢ e. \$10 — ... × $37\frac{1}{2}$ ¢

7. passo Procurar os quocientes até a terceira casa decimal:

a.	b.	c.	d.	e.
390,6 16	400 13	859,15 14	2941 35	180,135 45

6. passo Procurar os quocientes exatos, em inteiros ou números mixtos:

Não continuar a divisão além do inteiro.

a.	b.	c.	d.	e.
1000 36	725 18	2000 24	2500 16	6075 17

5. passo Procurar os quocientes exatos:

a.	b.	c.	d.
[illegible]	10 pés 8 pol. 4	8 lb. 2 onç. 5	2 lb. 2 onç. 5

[illegible] os restos. Não continuar

1. passo [illegible]

a.	b.	c.
[illegible]	[illegible]	2705 5

[illegible] centavos:

3. passo [illegible]

a.	b.	c.	d.	e.
\$10,40	[illegible]	[illegible]	\$10,08	\$100,00

2. passo Procurar os [illegible] ou números mixtos. Não continuar a [illegible] além do inteiro.

	b	c	d	e
[illegible]	1375 18	7541 [illegible]	72[illegible]	[illegible]

1. paso Dividir el numerador [illegible] restos [illegible] como [illegible] de [illegible]

	b	c	d	e
[illegible]	23[illegible]	62 5	[illegible]	127 [illegible]

[illegible]

[illegible] considerado, ordinariamente, [illegible] de [illegible] predicado.

TEST PAVESARIO

[illegible]

REMAN

1. [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

2. [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

3. [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

4. [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

TEST DE VELOCIDAD

[illegible]

[illegible] Ler os numeros que faltam. Praticar com [illegible] esta [illegible] poder fazê-los todos, sem êrro, em três minutos.

TREINO [illegible] DESENVOLVIMENTO DA RAPIDEZ DE PERCEPÇÃO E ADAPTABILIDADE

[illegible]

[illegible] anos 6º, 7º e 8º

[illegible]

[illegible]

TESTE DE ACABAMENTO, 8º ANO

Escreva cada fórmula ao lado da expressão a que corresponde. Não [illegible] que [illegible] Descubra [illegible] que [illegible] a, b, B, r e l.

Diagonal	a + b
Perímetro	1
Perímetro	2
[illegible]	7
[illegible] hipotenusa	21
Área do triângulo	2
Área do paralelogramo	21
Área do trapézio	7
Área do círculo	7
Volume do cilindro	21
Volume da esfera	[illegible]
Volume do cone	[illegible]

Teste de [illegible]

[illegible]

Parte de [illegible]

[illegible]

[illegible] dividendo e o divisor representam di- [illegible] a [illegible] ou [illegible]. De- [illegible] multiplicar e pela [illegible].

[illegible] *Teste de [illegible]* Consta de pares de [illegible] que o aluno deve [illegible]. Por um [illegible] dos membros tenham [illegible].

[illegible] *[illegible] diferença* [illegible] com [illegible].

[illegible] quantidades de cada [illegible].

[illegible] são equivalentes
[illegible] contrário

[illegible]	um sexto de dolar
[illegible]	0,045 [illegible]
0,02 $\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$ de 100
0,4 [illegible]	40 por cento de
$\frac{3}{4}$	75 [illegible]
[illegible] de $\frac{7}{8}$ de [illegible]	$\frac{1}{24}$ [illegible]

[illegible] *Teste de enunciados*, formado de [illegible] como verdadeiro

Parte de um teste de [illegible] e falsidade

Exemplo [illegible]
Parte [illegible] verdadeira
Escreva [illegible]

3	3	3	9
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	4	4	12
[illegible]	2	2	6
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	3	3	9

0,1 + [illegible] + 0,001 = 0,444

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{9}{8}$$

Qualquer dos testes citados podem ser aplicados como teste de "[illegible]", para medir a capacidade do aluno em [illegible], como teste de "[illegible]", para medir as [illegible], ou ainda como teste de "[illegible]", para [illegible] em que pode usar de capacidades [illegible] nas circunstâncias em que [illegible].

TESTES PADRONIZADOS

Os novos métodos recomendam, também, a [illegible] testes [illegible]. Diz-se que um teste [illegible] dar zero, quando.

(1) é [illegible] o grau exato de dificuldade que [illegible]
(2) é [illegible] o grau exato de [illegible] cada um de seus pares ou
(3) são [illegible] os "scores" neles [illegible] diferentes graus ou
(4) são [illegible] os "scores" neles [illegible] diferentes idades ou

(5) são conhecidos os "scores" que se deveri[illegible] [illegible] adaptar os alunos a certos trabalhos especifi[illegible] [illegible] escola ou da vida ou

(6) são conhecidos dois ou mais dos fatos enumerados

Os testes de Courtis e Woody são os [illegible] [illegible]essor que com [illegible] estiver familia[illegible], que pro[illegible] [illegible] (*) [illegible]ncluem testes sôbre as quatro [illegible] [illegible] (***) de Woody [illegible] [illegible] de interesse [illegible] [illegible] e [illegible] complexos [illegible] [illegible] para [illegible] subindo até [illegible] [illegible] de ser oferecidas pela vida.

[illegible] os pontos alcançados por um aluno em um teste [illegible] 100, pela média dos pontos aferidos para o [illegible] idade, obtem-se o que se pode chamar o seu [illegible] [illegible] ou Q. E. Se a sua classificação fôr [illegible] [illegible] 20, o seu Q. E. na capacidade particular [illegible] de 80. Se a sua classificação for 26, o seu Q. E. [illegible] relativos a várias capacidades [illegible] [illegible] correlacionado com o que [illegible] [illegible] aluno ou Q. I. [illegible] teste apropria[illegible] [illegible] Por exemplo, suponhamos que os [illegible] um cálculo um Q. I. de 100 [illegible] respectivamente, de 100, 110 e 135 pode[illegible] [illegible] em aritmética o rendimento [illegible] que na inteligência global [illegible]. E [illegible] se de seu quociente inte[illegible] um rendimento muito inferior ao [illegible] quociente intelectual. O apro[illegible] de um aluno ou de uma classe está condi[illegible]

(*) [illegible] A [illegible] 32 East Street Detroit

(**) [illegible] para [illegible] publicação

(***) [illegible] Bureau of Publications, Teachers Col[illegible] [illegible] University New York

cionado de certo modo às suas aptidões naturais. A relação existente entre o Q. E. e o Q. I. ou $\frac{Q.\ E.}{Q.\ I.}$ é até certo ponto, uma medida da qualidade do esfôrço do aluno e do ensino que lhe foi ministrado. Quando o Q. E. não está ao nível do Q. I., há, em regra, evidente necessidade de aperfeiçoamento em um ou outro. (*)

Relativamente aos padrões estabelecidos para cada idade e para cada ano escolar pelos testes de Courtis, Woody e outros, devemos lembrar que tais "standards" foram aferidos sôbre os resultados alcançados atualmente, isto é, resultados condicionados ao método usado e ao tempo gasto em atingí-los. Com o emprêgo de melhores métodos é de supor a elevação dêsses padrões ou a redução do tempo exigido pelo aprendizado, ou ambos. Em particular a exatidão dêsses padrões está ainda aquem do que podemos e devemos tentar pelo emprêgo de melhores métodos de ensino.

O TESTE DA VIDA

Os novos métodos estão em constante vigilância para [illegible] [illegible]ender o aprendiz contra o artificialismo das provas [illegible] à base de questões raras, que na vida, só [illegible] se lhes deparem, e realizadas com o fim único de [illegible]

[illegible]

(*) [illegible] Q. E. [illegible] Q. I. [illegible]

[illegible] o aproveitamento ou resultados alcançados, mas não para melhorá-los. Há, porém, um período [illegible] É que os professores tendem a [illegible] teste [illegible] o nível não é [illegible] [illegible] alunos para a prova. Se desejamos [illegible] [illegible] que duram [illegible] [illegible] tempo [illegible] minutos. Não [illegible] das condições da classe [illegible] [illegible] mas é-nos possível aproveitar [illegible] muito mais do que o estiveram até o presente. Os exames, assim como as explicações, exercícios, definições e regras, devem ser feitos para [illegible] aprender e para [illegible]

TEMAS PARA DISCUSSÃO

1. [illegible] III [illegible] 11, 131 e 132 e [illegible] [illegible], o teste pode servir, porte[illegible]
2. [illegible] como teste inventário, embora pressente [illegible] revisões em estudo atual [illegible]
3. [illegible] "Escala de Interêsse".
4. [illegible] teste sôbre "círculo, área e volume" apresen[illegible] III 133 e 134. É principalmente, um teste [illegible]
5. [illegible] de certos conhecimentos re[illegible]
6. [illegible] estarão para todas as capacidades [illegible] do sistema métrico [illegible] um teste de capacidade, obedecendo [illegible] a resposta certa".
7. [illegible] um teste de capacidade na forma [illegible] e diferença
8. [illegible]

9. (a) Qual será o objetivo do teste de soma que damos abaixo?

[illegible]

[illegible] possível

[illegible]	16	[illegible]	[illegible]
7	28	36	[illegible]
[illegible]	32	8	17
[illegible]	[illegible]	23	[illegible]
19	56	37	18

B. Some 8 a cada número. Escreva os resultados o mais depressa possível

7	[illegible]	50	29
[illegible]	24	19	[illegible]
32	12	4	36
3	18	16	[illegible]
[illegible]	37	45	[illegible]

[illegible] 7 a cada número [illegible] pressa possível.

7	1	[illegible]	24
38	[illegible]	8	[illegible]
36	18	[illegible]	[illegible]
33	37	32	[illegible]
16	11	29	[illegible]

[illegible]

acerta 9, 9 e 8 respectivamente.

Berta efetua 12 em A, 12 em B, 14 em C e acerta 12, 12 e 14

Carlos faz 4 em A, 5 em B, 5 em C e acerta 4, 5 e 5.

(c) Será provável que Carlos some contando nos dedos?

10. Fazer a critica de cada uma das questões de exame apre- [illegible] analogi [illegible]

[illegible]

b. Dividir $\frac{3}{4}$ de [illegible] de $7\frac{[illegible]}{6}$ de $7\frac{[illegible]}{5}$ por $3\frac{[illegible]}{9}$.

c. Achar o menor multiplo comum de 153, 204 e 510

Definir as expressões numerador, denominador, divisor, fator, proporção.

Um homem comprou um relógio com corrente por $1[illegible]

Metade do custo do relógio equivale a $\frac{2}{[illegible]}$ do [illegible] corrente. Quanto custou cada um?

Um [illegible]

8. A e B acham-se a uma distância de 48 milhas e caminham um para o outro: A caminha $2\frac{1}{[illegible]}$ milhas por hora e B $3\frac{1}{3}$ no mesmo tempo. Que distancia terá percorrido B, quando se encontrarem?

h. Um campo circular mede 20 acres. Qual é a sua circunferência?

[illegible]

tura. Admita que seja 21[illegible]

Se $\frac{5}{8}$ de $\frac{2}{3}$ de um terreno custam $420.00, qual será o valor do terreno todo?

ÍNDICE

EDIÇÃO
N.º 584

Para pedidos telegráficos deste livro, basta indicar o número 584 antepondo a esse número a quantidade.
Exemplo: para pedir 10 exemplares do presente livro basta indicar:
GLOBO — Pôrto Alegre — 10584

MANUAIS GLOBO

Bibliotheca de iniciação cultural e profissional

PLANO GERAL

CONHECIMENTOS INSTRUMENTARIOS

Secção I — Sciencias psychologicas e lexicologicas.
Secção II — Sciencias das medidas e do cálculo.
Secção III — Sciencias dos inst. e doc. graphicos.
Secção IV — Sciencias pedagogicas.

CONHECIMENTOS THEORICOS

Secção V — Conhecimento analytico } dos phenomenos do
Secção VI — Conhecimento synthetico } universo.
Secção VII — Conhecimento dos phenomenos humanos.
Secção VIII — Conhecimento dos phenomenos metaphysicos.

CONHECIMENTOS PRATICOS

Secção IX — Conhecimentos de utilidade religiosa.
Secção X — Conhecimentos de utilidade moral.
Secção XI — Conhecimentos de util. intellec. e esthetica.
Secção XII — Conhecimentos de utilidade physica.
Secção XIII — Technologia geral.

GRANDES LIVROS

MINHA LUTA — Adolf Hitler — Memórias do homem que hoje é a primeira figura no scenario politico da Allemanha. O livro da actualidade. Vol. broch. 20$; enc. 25$.

LENINE & GANDHI — René Fülöp Miller — Dois notaveis estudos sôbre Lenine e Gandhi. Revelações interessantissimas. Commentario brilhante. Vol. broch. 20$; enc. 25$.

GUILHERME II — Emil Ludwig — A mais completa biographia do Kaiser. Pelo maior dos biographos da actualidade. Um livro substancioso e bello. Vol. broch. 20$; enc. 25$.

LINCOLN — Emil Ludwig — Outra biographia admiravel. O presidente norte-americano e a sua vida gloriosa numa historia bem contada. Vol. broch. 20$; enc. 25$.

CONTRAPONTO — Aldous Huxley — Um dos maiores livros do nosso seculo. Romance de idéias. Brilhante e original. Dois Vols. broch. 15$.
Dois Vols. enc. 23$.

O MUNDO EM QUE VIVEMOS — H. Van Loon — Geographia Graphica da Humanidade. A geographia com interêsse novelesco. Illustrações do autor. Vol. broch. 20$; enc. 25$.

A HISTORIA DA HUMANIDADE — H. Van Loon — A historia do homem na terra. Com desenhos do autor. Esthemas originaes. Simplicidade, clareza e humor. Vol. broch. 20$; enc. 25$000.

COMPRANDO ESTES SETE LIVROS VSA. FICARÁ EM DIA COM A LITERATURA E A VIDA MODERNA.

Edições da Livraria do Globo — Porto Alegre

1416 — Rua dos Andradas — 1416